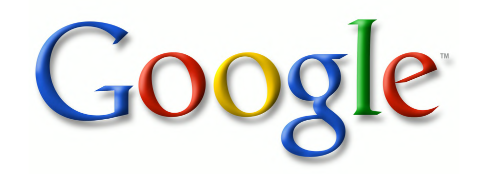
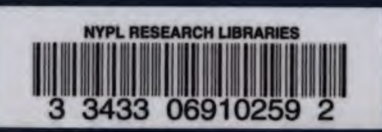
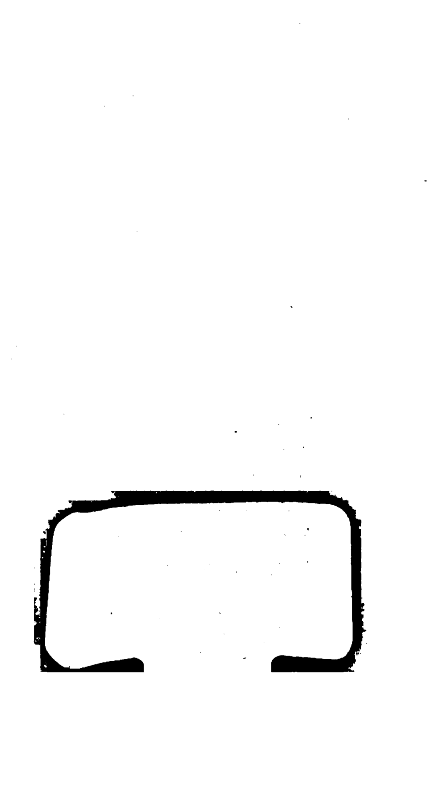
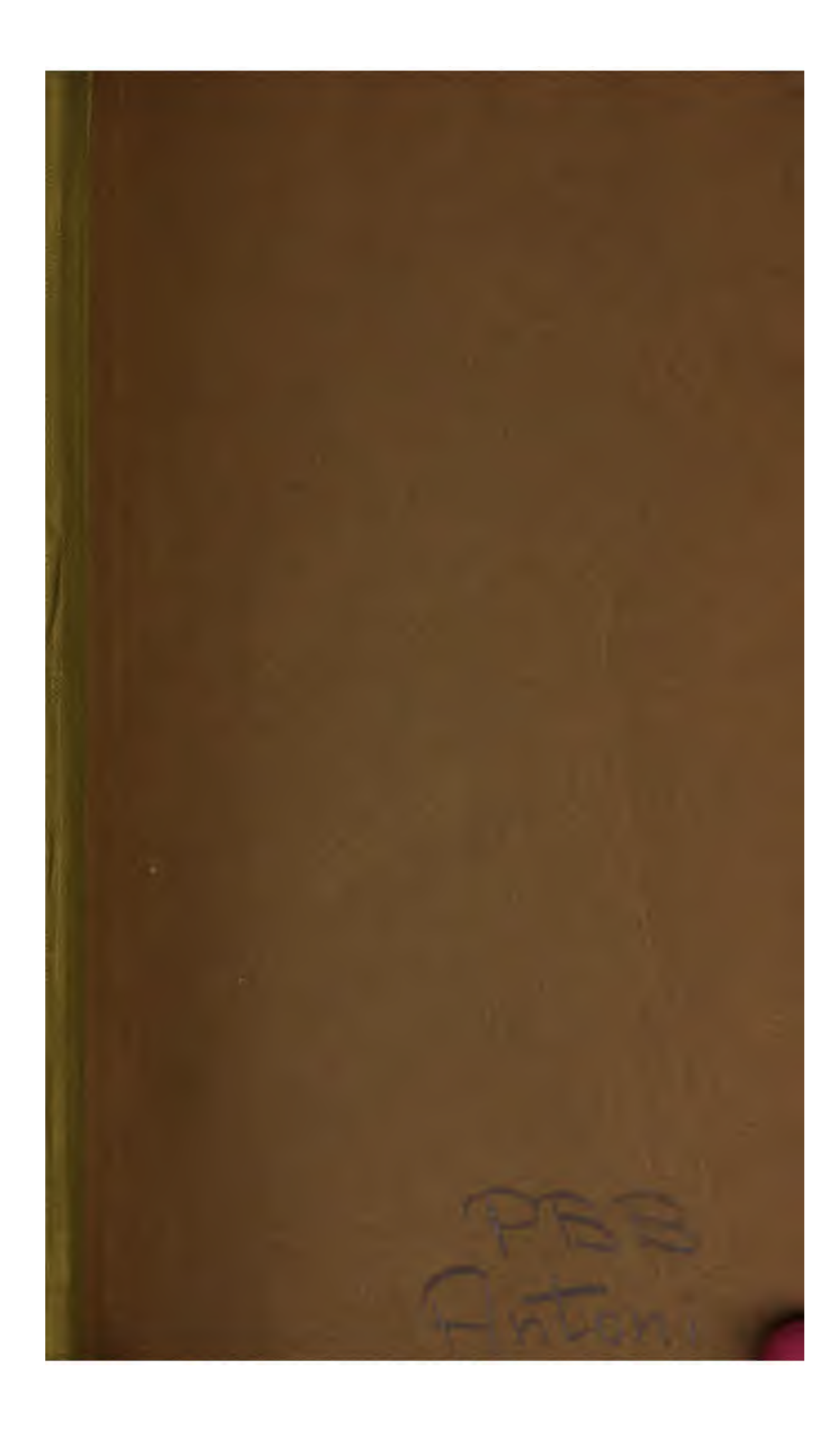






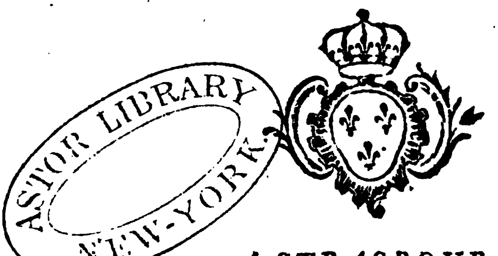

PBB
Antoni

INSTITUTIONS PHYSICO-MECHANIQUES

À L'USAGE
DES ÉCOLES ROYALES
D'ARTILLERIE ET DU GENIE
DE TURIN.

Traduites de l'Italien de MR. D'ANTONI
Par Mr. * * * Chevalier de St. Louis, & Major
Chef de Brigade du Corps Royal
de l'Artillerie.

TOME SECOND.



A STRASBOURG
Chez BAUER & TREUTTEL, Libraires.
ET SE VEND À PARIS
Chez DURAND NEVEU, Libraire, rue Gallande.

MDCCLXXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

TABLE

des Matieres contenues dans ce second volume.

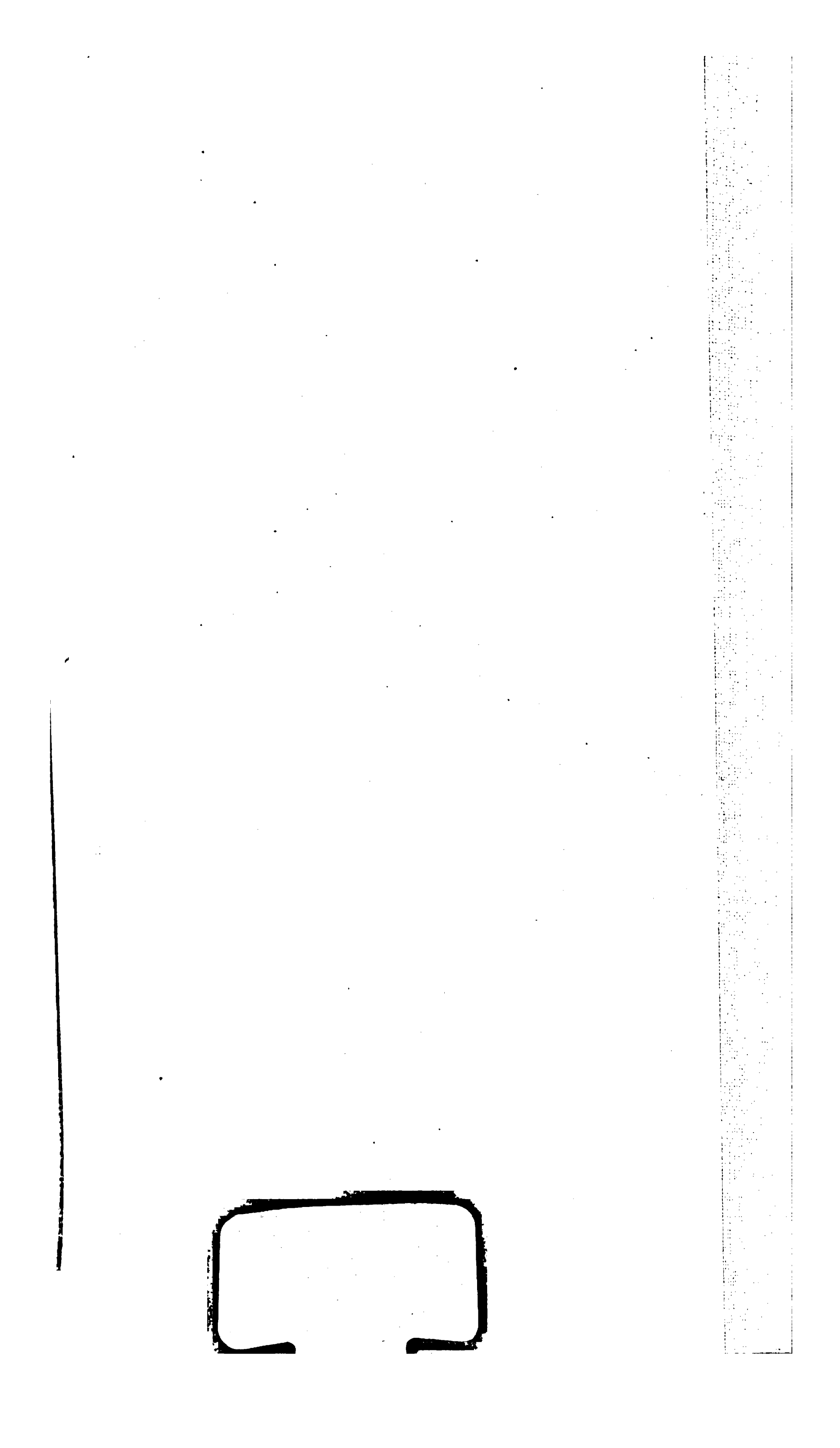




DE L'HYDROSTATIQUE.

377. LA méchanique des corps folides eft fondée fur des principes métaphyfiques indépendants de l'expérience, qui fervent enfuite à déterminer la quantité abfolue dans les phénomenes particuliers. Il eft de toute néceffité dans l'hydrodynamique & l'hydroftatique, de déduire de l'expérience les loix qui leur font propres, parce que, quoique les petites parties qui contiennent les fluides, foient auffi fujettes aux principes généraux du mouvement, néanmoins comme, vu la petiteffe de ces parties, nous ne connoiffons point leur figure & leurs difpofitions réciproques, ainfi nous ne fommes point dans le cas de leur appliquer les mêmes principes.

378. L'hydrodynamique eft une fcience très-vafte & fufceptible de beaucoup de géométrie tranfcendante, nous traiterons feulement à préfent d'une de fes branches féparées, c'eft-à-dire,




PBE
Artoni

L'eau régale,	987.
L'eau forte,	1040.
L'air sous la moyenne densité,	1.
L'huile d'olive,	730.
L'huile de térébenthine,	634.
Le mercure,	10900.
L'esprit de sel de nitre rectifié,	1288.
L'esprit de vin rectifié,	693.
éthéré ou alcoholisé,	586.
Vin clairet,	660.
de couleur ordinaire,	790.
fort chargé en couleur.	810.

PIERRES.

Albâtre,	1500.
Ardoises des alpes,	2100.
Sable fin,	1,200.
comprimé à grande force,	1240.
Charbon fossile,	990.
Cailloux ordinaires pour paver,	2130.
Marbre ordinaire,	2160.
Briques pour des carreaux,	1850.
Pierres de taille.	2140.

BOIS DE TIGES.

Sapin,	440.
Cedre,	490.
Ebene,	940.
Fresne,	675.

Chêne,	730.
Orme.	480.

BOIS DE BRANCHES.

Fresne,	585.
Chêne.	695.

MÉTAUX.

Acier flexible,	6190.
trempé & dur,	6165.
rendu élastique,	6255.
Argent pur ou de coupelle,	8873.
Bronze composé avec le cuivre ordinaire & un huitieme d'étain d'Angleterre,	6280.
Fer ordinaire,	6115.
Or pur ou de coupelle,	15710.
Laiton ordinaire d'Allemagne,	6250.
autre fin,	6400.
Plomb,	9060.
Platine ou or blanc,	15500.
Cuivre affiné au dernier point,	7200.
ordinaire,	7000.
calciné,	4360.
Etain pur,	5855.
d'Angleterre en lingot.	5975.

ROBS DIFFÉRENTS.*)

Alun,	1371.

*) Sucs de fruits.

Ivoire,	1475.
Poix ordinaire,	920.
Poudre de guerre vuidée lentement dans un vase quelconque,	695.
Poudre de guerre vuidée dans un vase quelconque en la secouant pour la tasser,	733.
Sel de nitre raffiné,	1520.
fixé par les charbons enflammés,	2195.
Sel ammoniac,	1160.
Sel de mine commun dit sel gemme,	1715.
Sélénite,	1720.
Soufre commun,	1440.
Tartre ou croûte de tartre des tonneaux.	1450.

385. Si on connoît le poids & le volume d'un des corps contenus dans la table ci-dessus, on pourra trouver par une simple analogie le poids des autres corps de même volume qui y sont marqués; par exemple, il résulte de l'expérience qu'un pied cube d'eau pure pese 367 livres *); l'on veut savoir par cette connoissance, combien pese un pied cube de plomb, il suffira de faire l'analogie avec les nombres qui correspondent à ces matieres dans la table. C'est-à-dire 800:

*) Les rapports de la livre de Turin à la livre de France, poids de marc, sont à la tête du premier volume.

9060 :: 367 livres : $\frac{367 \times 9060}{800}$ = 4156 livres $\frac{1}{4}$ environ pour le poids d'un pied cube de plomb. On trouvera de la même maniere que le poids d'un pied cube d'air, eſt de 5 $\frac{1}{2}$ onces environ, que le poids d'un pied cube de poudre de guerre eſt de 320 livres, & ainſi d'autres matieres.

On déduit de cette regle, que, pour former un catalogue du poids ſpécifique des corps, il ſuffit de les réduire tous au même volume, enſuite les peſer, & inſcrire pour le poids ſpécifique le nombre qui réſulte. La difficulté cependant qui ſe rencontre, à réduire pluſieurs corps préciſément au même volume, fait qu'on n'obtient par cette maniere qu'une approximation un peu groſſiere ; la méthode que l'on emploiera dans la ſuite, donnera le poids ſpécifique des corps avec une plus grande préciſion.

386. Si l'on compare la peſanteur ſpécifique d'un ſolide avec celle d'un fluide, dans lequel on veut plonger le ſolide, on connoît quand le ſolide doit reſter en place, quand il doit monter, & quand il doit deſcendre. Si S indique la peſanteur du ſolide, F celle du fluide $\frac{S}{F}$ donnera la proportion entre les deux denſités; ſi c'eſt une proportion d'égalité, elle dénotera que le ſolide plongé dans le fluide reſte fixe à la même

place : comme il arrive, lorsqu'on met un morceau de bois de tige de chêne dans de l'huile d'olive ; puisqu'on a dans ce cas $\frac{S}{F} = \frac{730}{730}$ (§. 384). Si ensuite $\frac{S}{F}$ est une proportion de plus grande inégalité, le solide descendra jusqu'au fond du vase. Si on met dans l'eau pure un morceau de bois d'ébene, il descendra jusqu'au fond du récipient, puisque $\frac{S}{F} = \frac{940}{800}$; si au contraire $\frac{S}{F}$ est dans la proportion de moindre inégalité, le solide montera. Un morceau de sapin, plongé dans l'eau de mer, monte tout de suite & surnage, parce que $\frac{S}{F} = \frac{440}{825}$.

De plus la vitesse, avec laquelle le solide monte ou descend dans un fluide, est plus grande à mesure que $\frac{S}{F}$ s'éloigne d'avantage de la proportion d'égalité ; d'où il arrive que quand on laisse reposer de l'eau trouble, elle regagne plus ou moins vite sa limpidité, à mesure que les matieres hétérogenes, qui s'y trouvent, sont plus ou moins pesantes, & si les matieres ont le même poids spécifique que l'eau, elle reste toujours trouble pendant tout le tems qu'on la laisse en repos.

387. La loi d'hydrostatique indiquée dans le paragraphe précédent, a aussi lieu pour l'immer-

ſion d'un fluide dans un autre. Si on met dans un vaſe de l'eau, de l'huile d'olive & du mercure, & qu'après avoir ſecoué les matieres à ſouhait, on les laiſſe repoſer pendant quelque tems, on verra que le mercure eſt deſcendu au fond du vaſe, que l'huile occupe la partie ſupérieure, & que l'eau reſte au milieu des deux autres liqueurs. Si l'on ſubſtitue dans la formule $\frac{S}{F}$ les nombres qui répondent dans le catalogue aux matieres, on trouvera que la choſe doit être ainſi. Comme les métaux fondus ſont aſſujettis aux mêmes loix que les autres liqueurs, c'eſt pour cela que les eſſayeurs de monnoies ſe ſervent de la même loi, pour ſéparer le cuivre de l'or, avec lequel il ſe trouve allié dans les monnoies; parce qu'après avoir fait fondre le mélange, ils le laiſſent refroidir lentement dans le même creuſet, & l'on trouve, après que la matiere a pris conſiſtance, l'or deſcendu au fond du creuſet, & le cuivre monté à la partie ſupérieure.

388. La loi d'hydroſtatique enſeignée aux §. 386, 387 ſe trouve cependant altérée dans ſes effets, toutes les fois que le fluide, dans lequel on plonge les autres matieres, a avec ces dernieres une affinité ou une attraction telle, qu'elle ſurpaſſe la force qui provient de la différence des poids ſpécifiques; de là vient, qu'après avoir mêlé du vin avec de l'eau, quoiqu'on laiſſe repoſer le mélan-

ge longtems, la féparation des deux liqueurs ne s'opérera pas davantage, parce que leur affinité furpaffe la force qui procéde de la diverfité des poids fpécifiques.

Si par la même raifon on plonge dans un acide une petite piece de métal, il fe difperfera après la diffolution dans toute la liqueur, fans jamais fe précipiter, malgré la grande différence des deux poids fpécifiques ; mais fi on y infufe un alkali fixe, alors la force d'affinité diminuant fenfiblement entre l'acide & le métal, ce dernier, comme plus denfe, fe précipitera au fond du vafe; ce qui donnera lieu à la loi d'hydroftatique.

Dans les raifonnements, que nous ferons dans le refte de ce chapitre, nous ferons abftraction des cas particuliers, dans lesquels l'affinité des matieres, mifes dans une liqueur, trouble la loi d'hydroftatique citée ci-devant

389. Lorsque le fluide, dans lequel on plonge un folide, eft également denfe par-tout, comme dans les liqueurs, & que $\frac{S}{F}$ exprime une proportion d'inégalité, le départ ou l'afcenfion du folide dans le fluide, commence & continue pendant un certain tems avec un mouvement accéléré, après quoi le mouvement devient uniforme par la réfiftance du fluide.

Cette réflexion étant établie, ainfi que ce qui eft enfeigné dans la dynamique, il eft facile de

conclure, que, si on tire contre le récipient plein de liqueur M N O P une arme à feu, dont la balle, après avoir percé en A la paroi M N du récipient, ait encore un mouvement dans la direction A B, cette balle se mouvera dans la droite A B, si la densité S est égale à celle du fluide F, c'est-à-dire, si $\frac{S}{F}$ est une proportion d'égalité; mais elle décrira la trajectoire A G H, si $\frac{S}{F}$ est une proportion de plus grande inégalité; & décrira la trajectoire A K L, si $\frac{S}{F}$ est une proportion de moindre inégalité; d'où la balle viendra poindre sur la superficie de la liqueur, dans laquelle elle surnagera. Pl. 1. F. 2.

390. Si le fluide, dans lequel on plonge le solide, ou tel autre corps quelconque, n'est pas également dense par-tout, comme il arrive dans l'athmosphere où l'air est plus rare, à mesure qu'il s'éloigne de la surface de la terre, le mouvement du corps varie dans ce cas, selon l'inégalité des densités qu'il rencontre dans son chemin, & par conséquent selon la variation de la proportion $\frac{S}{F}$. Ces mouvements variés de haut en bas & de bas en haut, arrivent presque toujours dans les exhalaisons & dans les vapeurs, qui sensiblement raréfiées pendant le jour par la chaleur du soleil, s'élevent dans l'athmosphere jusqu'à ce

qu'elles rencontrent un air de la même denſité; ſi, après y être arrivées, l'air vient à ſe condenſer par une cauſe quelconque, auſſitôt les exhalaiſons & les vapeurs montent de nouveau; mais ſi l'air ſe raréfie, elles deſcendent juſqu'à ce qu'elles rencontrent un air de même peſanteur ſpécifique. Le même phénomene a lieu auſſi, ſi l'état de l'athmoſphere reſtant le même, les exhalaiſons & les vapeurs ſe dilatent davantage, parce que dans ce cas elles monteront de nouveau; mais ſi elles viennent à ſe condenſer, à raiſon du froid, des vents &c., elles deſcendront plus bas, à meſure quelles ſe condenſeront, juſqu'à retomber ſouvent ſur la ſurface de la terre. C'eſt par cette raiſon que nous appercevons les nuées, les feux follets, & les autres météores aqueux & ignés, tantôt très-éloignés & tantôt très-proches de la ſurface de la terre.

391. Si on plonge dans une liqueur un ſolide plus léger qu'elle, il ſurnage (§. 386), & la partie de ſon volume plongée dans la liqueur, eſt à ſon volume entier, comme le poids ſpécifique du ſolide eſt à celui du fluide. $\frac{S}{F}$ indique la partie plongée du ſolide. Le bois d'orme mis dans l'eau pure, eſt à la partie plongée comme $\frac{480}{800} = \frac{3}{5}$ de ſon volume. Le cuivre eſt à la partie plongée dans le mercure: $\frac{7200}{10900} = \frac{72}{109}$ de ſon volume.

Ce qui a été dit des folides, doit auſſi s'appliquer aux liqueurs. Si on met, par exemple, dans un ſiphon E G D C, qui ait intérieurement le même diametre ſur toute ſa longueur, une quantité d'eau de mer A K B, elle reſtera dans les deux branches du ſiphon au niveau indiqué par l'horizon A B; ſi dans ces circonſtances on verſe dans le bras C D une quantité d'huile d'olive, qui arrive à l'endroit C, elle ſurnagera ſur l'eau, qui deſcendant de B en D, montera dans le même tems par l'autre bras de A en E; & la deſcente de B D, ſera égale à la montée A E. Si enſuite on tire du point D, l'horizontale D G, on trouvera que la hauteur de l'huile D C, eſt à la hauteur de l'eau G E, réciproquement comme la denſité de l'eau eſt à celle de l'huile; d'où, ſi l'on tire par le point E, l'horizontale E H, D H ſera la partie de l'huile D C plongée. Cette partie étant exprimée par la fraction $\frac{S}{F} = \frac{730}{825}$, comme ſi l'huile étoit un ſolide. Pl. 1. F. 3.

392. La regle donnée dans le paragraphe précédent, donne une autre maniere de trouver le poids ſpécifique des corps; car ſi nous obſervons entre les ſolides de différentes eſpeces, la partie qui plonge dans une liqueur plus denſe, nous parviendrons à connoître de cette maniere le poids ſpécifique de ces ſolides, & ſi nous meſurons l'immerſion d'un même ſolide dans différen-

tes liqueurs plus denſes que ce ſolide, on aura par la partie du ſolide plongée, le poids ſpécifique des liqueurs.

On nomme *peſe-liqueurs*, les ſolides que l'on emploie à cet uſage; ils ſervent auſſi à reconnoître, ſi quelque liqueur de denſité connue a été mêlée avec une autre liqueur différemment denſe, & de combien chacun des compoſants contribue au mélange. Par exemple la peſanteur ſpécifique du vin clairet eſt 760. S'il ſe trouve d'une peſanteur ſpécifique plus grande, c'eſt une marque qu'il a été mêlé avec une autre liqueur d'un poids ſpécifique plus grand. Suppoſons qu'on le ſache mêlé avec l'eau, dont le poids ſpécifique eſt de 800, & qu'on voie avec le peſe-liqueur, que le poids ſpécifique de ce mixte eſt de 788, ſi on fait uſage de la regle d'alliage, enſeignée dans l'arithmétique, on trouvera la quantité d'eau que contient le mixte.

393. La difficulté de trouver des ſolides peu denſes & qui ne ſoient pas ſujets à s'imbiber, a donné occaſion d'imaginer des peſe-liqueurs artificiels. On prend pour cela une matiere ſolide, que l'on creuſe intérieurement, de maniere que, le ſolide mis dans la liqueur, elle ne puiſſe pas s'introduire dans le vuide artificiel. Si dans ce cas le poids du ſolide eſt moindre, que celui d'une quantité de liqueur de même volume, ce ſolide plongera

plongera ſeulement dans la liqueur pour la partie déſignée par la formule $\frac{S}{F}$; par exemple, ſi l'on ôte de l'intérieur d'un parallelipipede ou d'un priſme de cuivre ordinaire $\frac{99}{100}$ de ſa matiere, en lui laiſſant cependant à l'extérieur le même volume, le poids de ce corps ſera le $\frac{1}{100}$ du poids primitif, d'où ſon poids ſpécifique, qui dabord étoit 7000, devient $\frac{7000}{100} = 70$, & par conſéquent ce ſolide mis dans l'eau pure, plongera ſeulement $\frac{70}{800}$ de ſon volume.

Mais ſi l'eau peut entrer dans le vuide artificiel, comme le volume du corps diminue auſſi en raiſon des parties du cuivre enlevées, ainſi ſon poids ſpécifique, reprenant ſa premiere exiſtence, ſera de $\frac{S}{F} = \frac{7000}{800}$ & par conſéquent le ſolide ſe précipitera au fond.

Nous en avons un exemple familier dans les baſſins & autres vaſes de métal & d'argille, qui ſurnagent ſi on les met dans l'eau ſur leur baſe; mais ils ſe précipitent tout de ſuite au fond, lorſqu'on les met ſur le côté.

394. On voit par les réflexions, qu'on vient de citer, la raiſon pour laquelle les bateaux de cuivre, que l'on conduit ordinairement à la ſuite des armées, peuvent ſervir utilement à faire des ponts ſur les fleuves, & comment on peut diſpo-

ser les bateaux de bois, de façon qu'ils surnagent sur l'eau, beaucoup au-delà de chaque pied de bois qui compose le bateau pris séparément.

On voit en outre que, l'eau de mer étant plus dense que l'eau douce, les bateaux qui navigent sur mer, sont dans le cas de porter de plus grandes charges, que s'ils naviguoient sur les fleuves & les lacs ; & l'on connoît pourquoi ceux qui nagent dans la mer, se soutiennent assez bien sur les flots, tandis qu'ils ont de la peine à tenir la tête dehors dans l'eau douce ; & enfin, pourquoi plongeant dans un bain d'huile d'olive, on va au fond, sans pouvoir jamais se soutenir sur la surface.

395. Si on suspend par un fil mince, un solide au bras d'une balance, & qu'on plonge ce solide dans un fluide plus léger, il arrive que ce solide pese moins de ce qu'il pese dans le vuide, & le poids qu'il perd, est à son poids dans le vuide, comme la densité du fluide = F, est à celle du solide plongé = S; c'est pourquoi $\frac{F}{S}$ exprime cette proportion. Si l'on plonge, par exemple, l'albâtre dans l'eau pure, elle perd $\frac{800}{1500}$ de son poids ; le sapin pesé dans l'air, perd $\frac{1}{440}$ de son poids, mais si on le pese sur une haute montagne, où l'air est seulement $\frac{4}{5}$ aussi dense que celui que nous respirons, ou si on raréfie l'air dans un récipient au point cité ci-dessus, la perte de son

poids sera de $\frac{4}{5} \times \frac{1}{440} = \frac{1}{550}$, & si on pese le sapin dans un récipient, où l'air soit condensé au quintuple de celui que nous respirons, la perte de son poids sera de $5 \times \frac{1}{440} = \frac{1}{88}$. Une vessie enflée, qui seroit en équilibre à l'air libre avec une petite piece d'or, l'emporte dans le vuide.

Ce que nous avons dit des solides plongés dans les fluides, doit se dire aussi d'un fluide plongé dans un autre fluide plus léger; si on plonge le mercure dans l'eau forte, il perdra $\frac{1040}{10900}$ de son poids.

396. On doit cependant observer,

1°. Que l'usage étant de peser les corps à l'air libre, on trouvera une plus grande quantité de matiere dans les mêmes poids, à mesure qu'ils seront moins denses. Une livre d'étoupe pesée à la maniere ordinaire, contient une plus grande quantité de matiere qu'une livre d'or.

2°. Que la perte du poids d'un corps plongé dans une liqueur est toujours la même, à quelque profondeur que le corps se trouve, comme le prouvent les plongeurs *): à quelque profondeur qu'ils s'enfoncent, ils ne se sentent pas pour cela plus surchargés par l'eau qu'ils laissent au-dessus d'eux, parce que les parties du fluide se mettent en équilibre entr'elles (§. 381.)

*) Ceci s'entend des corps qui ne sont pas sensiblement compressibles.

397. Le paragraphe 395 donne une autre maniere de trouver le poids ſpécifique du corps : l'on peſe le même ſolide dans différentes liqueurs, la diminution du poids total dans le vuide, indiquera dans le numérateur F, le poids ſpécifique de chaque liqueur relativement au poids du ſolide exprimé dans le dénominateur S.

Ayant trouvé de cette maniere le poids ſpécifique des fluides de différentes eſpeces, il ſuffira, pour avoir celle des ſolides de différente denſité, de marquer ce que perd chacun d'eux, lorſqu'on le plonge dans une même liqueur de denſité connue, & l'on aura par-là ce qu'on cherche.

Il convient cependant de s'aſſurer dans cette expérience, que les ſolides employés n'ont d'autre vuide que leurs pores.

398. On fait enfin obſerver, que la peſanteur ſpécifique des corps nous mene à connoître, quand les ſolides ont du vuide intérieurement ; ſi par l'expérience une pierre de taille, une colonne de marbre & une poutre ſe trouvent d'une peſanteur ſpécifique moindre que celle d'une piece creuſe de même matiere, c'eſt une preuve qu'il y a du vuide dans l'intérieur de la pierre de taille, de la colonne & de la poutre ; & la grandeur en eſt proportionnelle à la différence des poids ; ſi la pierre de taille, qui par ſa peſanteur ſpécifique devroit, par exemple, peſer 100 livres, ſe

trouve n'en peſer que 88, c'eſt une preuve que le vuide intérieur occupe un volume égal à celui de 12 livres de même matiere que la pierre.

Quant aux métaux, comme ils peuvent ſe mêler & ſe confondre par la fuſion, & qu'ils peuvent auſſi être mêlés avec d'autres matieres hétérogenes, il convient alors d'obſerver, que comme l'or eſt la matiere la plus peſante que l'on connoiſſe juſqu'à cette heure, toutes les fois que ce métal aura ſon poids ſpécifique, on ſera ſûr de ſa pureté; mais ſi par l'expérience le poids ſpécifique ſe trouve moindre, il faudra dire alors, ou qu'il exiſte des vuides intérieurs, ou que le métal eſt mêlé avec d'autres matieres. A l'égard des autres métaux plus légers que l'or, toutes les fois que leur poids ſpécifique ſera plus grand que celui qui eſt inſcrit (§. 384), on dira certainement qu'ils ſont mêlés avec des matieres plus denſes; mais s'ils ont toute leur peſanteur ſpécifique, cette ſeule connoiſſance ne ſuffira pas pour aſſurer, s'ils ſont purs ou s'ils ſont mêlangés, & ſi leur peſanteur ſpécifique eſt moindre, on dira qu'ils ont des vuides intérieurs, ou qu'ils ſont mêlés avec des matieres hétérogenes plus légeres.

Tout ceci nous fait appercevoir, que la regle donnée (§. 392) eſt ſujette à des erreurs ſenſibles, quand on l'applique aux ſolides mixtes, à moins

qu'on ne soit assuré auparavant qu'ils ne contiennent point de vuide intérieur ; & l'on court encore un plus grand risque de se tromper, lorsqu'on fait attention, que lorsque deux ou plusieurs métaux se mêlent ensemble par la fusion ; leur composé devient souvent dans l'état de solidité plus dense que chacun des composants, une partie de la matiere de l'un s'insinuant dans les pores de l'autre, de la même maniere qu'une grande quantité d'eau s'insinue dans une éponge, ou dans une piece de bois léger, sans augmenter pour cela sensiblement le volume du corps qui la contient.

CHAPITRE SECOND.

De la pression des liqueurs contre les parois du vase qui les contiennent.

399. Toutes les liqueurs, mises dans un vase, annoncent une pression, pour ainsi dire, extérieure au vase, & une autre intérieure contre ses parois : & quoique ces deux pressions dépendent de la pesanteur des particules constituantes de la liqueur, chacune d'elles néanmoins se fait connoître sous une loi bien différente.

400. La pression que la liqueur fait appercevoir extérieurement au vase, est le poids de cette même liqueur ; ce poids est toujours proportion-

nel à la quantité de matiere contenue dans le vase, & par conséquent cette pression agit seulement dans la direction des graves.

Il s'ensuit delà, que si une liqueur acquiert consistance & passe à l'état de solidité, son poids ne change en aucune maniere. Un sceau plein d'eau pese également, soit qu'il soit fluide ou gelé.

401. Mais il n'en est pas de même de la pression, que les liqueurs exercent intérieurement contre les parois du vase, tant qu'elles sont dans l'état de fluidité. Cette pression se manifeste non seulement de haut en bas sur la base du vase, mais encore contre les parois sous des directions différentes; ce qui donne une autre loi d'hydrostatique.

Si, ayant rempli d'eau jusqu'en A le vase parallelipipede CDGF, auquel est joint le tube AB, on ouvre les trous H, K, L, on verra l'eau sortir de chaque trou, & avec d'autant plus de rapidité, que le trou sera plus éloigné de la surface de l'eau A, & que la direction, sous laquelle sort le fluide, est de haut en bas au trou L, horizontale au trou K, & de bas en haut au trou H. La rapidité, avec laquelle l'eau sort, & sa direction font appercevoir l'effet d'une pression continue, qui agit en tout sens (dynamique). Si l'on ferme avec le doigt un de ces trous, on sentira l'effet de cette pression. Pl. I. *F. 4.*

402. Si l'on tire de la ſurface A de la liqueur la ligne d'à plomb A B L, & que par les points K H on tire les horizontales K I, H B, la partie de la ligne d'à plomb, interceptée entre la ſurface A de la liqueur & la baſe du vaſe, ou l'horizontale tirée par un des points K, H, ſe nomme hauteur de la liqueur, eu égard à la baſe ou au point pris; c'eſt pourquoi A L ſera la hauteur de la liqueur, eu égard à la baſe F G, A I ſera la hauteur de la liqueur relativement au trou K, & A B ſera la hauteur de la liqueur relativement au trou H.

Cela mis en avant, on examinera la maniere, dont ſe détermine la preſſion que les liqueurs exercent contre les ſurfaces horizontales, ſoit qu'elles empêchent la liqueur de deſcendre & de s'approcher du centre de la terre, comme la baſe F G, ſoit que cette ſurface empêche la liqueur de monter & de ſe mettre de niveau avec la ſurface ſupérieure A de la liqueur, comme le couvercle C D.

Pl. I. Fig. 5. 403. La preſſion, qu'une liqueur exerce ſur la baſe horizontale C H d'un vaſe B C M F de figure quelconque, eſt égale au poids d'une colonne de même liqueur, qui a même baſe que le vaſe, & même hauteur G M que la liqueur.

On fait ſur la baſe C H du vaſe un trou G de la grandeur qu'on veut, on le bouche enſuite avec un tampon aſſujetti par un fil G N, attaché

à l'extrémité N d'une balance N L K ; on trouvera conſtamment, que le poids attaché à l'autre extrémité K, qui commence à être ſurpaſſé par la preſſion que la liqueur exerce contre le tampon pour le faire deſcendre, eſt égale au poids d'une colonne de même liqueur, qui auroit une baſe égale au trou G, & la hauteur G M de la liqueur.

Et comme la même choſe arrive, quand le trou G eſt égal à la baſe, ſoit que le vaſe ait ſes parois BC, FH paralleles entr'elles, ou ſoit qu'il ſoit plus étroit ou plus large à ſa partie ſupérieure, ainſi l'on voit évidemment, que le réſultat de l'expérience confirme la propoſition générale, qu'on vient de citer.

404. La preſſion, qu'une liqueur miſe dans un vaſe B F H I G exerce verticalement de bas en haut contre une ſurface horizontale F G, qui l'empêche de monter, pour ſe mettre de niveau avec la ſurface B, eſt égale au poids d'une colonne de la même liqueur, qui a pour baſe une ſurface égale à F G, & pour hauteur celle B C de la liqueur. Pl. I. *F.* 6.

Pour le prouver on obſerve que, ſi l'on fait un trou L dans le couvercle F G, auquel on adapte un tube L K, la liqueur montera tout de ſuite dans le tube à raiſon de ſa preſſion de bas en haut, & s'arrêtera en K au niveau de la ſurfa-

ce B, (§. 381); mais la preſſion que la liqueur K exerce de haut en bas contre la baſe L, ſe meſure par le poids d'une colonne de même liqueur, qui a une baſe = L & B C pour hauteur (§.403), & cette preſſion eſt en équilibre avec celle qui fait monter la liqueur dans le tube, & le retient en K L, quelque ſoit la grandeur de la baſe L: donc ſi on ſuppoſe cette baſe égale à la ſurface du couvercle F G, la preſſion verticale de la liqueur de bas en haut ſera exprimée par le poids d'une colonne de même liqueur, qui a une baſe égale à la ſurface horizontale F G du couvercle, & la même hauteur B C, que la liqueur.

405. Pour exprimer par une formule la regle donnée dans les deux paragraphes précédents, on nomme S la ſurface horizontale d'un vaſe ou une de ſes parties, D ſa denſité, A la hauteur de la liqueur, S A D exprimera en poids la preſſion de la liqueur contre une ſurface horizontale, qui empêche la liqueur de deſcendre ou de monter.

Il convient, pour ſe ſervir de cette formule, de trouver en premier lieu le poids d'un pied cube de la liqueur qu'on ſe propoſe d'employer §.385), & d'écrire le poids au lieu de D; il convient auſſi en ſecond lieu de prendre un pied pour l'unité qui meſure la baſe S, & la hauteur A; & ſubſtituant tous ces nombres dans la formule, on

aura le poids cherché en livres. Par exemple, si la base H I = S du vase est de 3 pieds, & qu'on la remplisse de mercure à la hauteur A de 7 pieds, comme D = 5000 livres (§. 385), ainsi substituant ces nombres dans la formule, nous aurons S A D = 3 × 7 × 5000 = 105000 livres pour la pression, que cette liqueur fait sur la base dans la direction à plomb. Si la surface du couvercle F G = S est de 4 pieds, & que le vase soit plein d'eau pure à la hauteur de 10 pieds = A, on aura D = 367 livres; d'où nous aurons S A D = 4 × 10 × 367 = 14680 livres pour la pression de l'eau contre le couvercle de bas en haut pour monter, & se mettre de niveau avec la surface B.

406. La regle pour mesurer la pression d'une liqueur sur la base d'un vase donne un moyen aisé pour produire une très-grande pression avec peu de liqueur; il ne faut pour cela que configurer le vase, de maniere qu'avec peu de capacité il ait une grande base & un col très-allongé & étroit comme le vase B C. Pl. 1. *F. 7.*

On pourra au contraire, en employant une grande quantité de liqueur, faire ensorte qu'il produise une très-petite pression contre la base G, il suffit que le vase soit très-élargi dans la partie supérieure, & ait une très-petite base comme le vase F G.

407. Si l'on adapte un bouchon bien exact ou

un pilon très-pesant à une des branches du siphon Pl. I. F. 8. F B C I, qui contient la liqueur M B C N, par exemple à la branche C I, on verra ce pilon descendre jusqu'à un endroit déterminé E, où il s'arrête, la liqueur pendant ce tems monte par l'autre branche du siphon jusqu'en F. Les choses dans cet état, si l'on tire les lignes horizontales E H, F I, on connoîtra par ce qui a été enseigné, que le bouchon G E fait par son poids la même fonction que feroit une colonne G E I de même liqueur, pour retenir à l'endroit F ce qui se trouve de la liqueur dans la branche F B; & si l'on compare le poids du bouchon avec celui d'une colonne de même liqueur, dont la base = G E & la hauteur = E I, les poids se trouveront égaux. *)

Il résulte donc, que la pression, qu'une liqueur comprimée par un pilon ou par une force quelconque exerce contre la base C K d'un vase, est égale à celle qui feroit produite par la même liqueur, qui auroit pour hauteur C I, composée de la hauteur effective de la liqueur C E, & de la hauteur E I d'une colonne de même liqueur, laquelle, ayant une base G E égale à celle du pilon, auroit pour hauteur E I, qui est celle qui convient pour évaluer la force ou le poids qui comprime la liqueur au moyen du pilon. La formule don-

*) Abstraction faite du frottement.

née (§. 405) servira donc à exprimer aussi cette pression en poids.

408. Les parois d'un vase peuvent être verticaux ou inclinés. Commençons par examiner la loi, d'après laquelle les liqueurs pressent contre les parois verticaux.

Si le vase BIEF, dont les parois sont verticaux, est plein de liqueur, & qu'on considere cette liqueur divisée en autant d'élements horizontaux BIHG, GHHG, GHEF, d'une épaisseur GG, infiniment petite, il résule de l'expérience, Pl. I. F. 9.

1°. Que la pression de chacun de ces éléments contre les parois verticaux du vase, se fait toujours dans une direction horizontale & perpendiculaire à chaque point de la paroi.

2°. Que la pression de chaque élément contre les parois du vase est proportionnelle au nombre des points physiques, qui constituent la circonférence des éléments.

3°. Que la pression des éléments inférieurs est plus grande que la pression des éléments supérieurs, & cette pression est proportionnelle au nombre des éléments supérieurs.

Pour exprimer cette proposition par une formule générale, on nomme la hauteur de la liqueur B G = A, la circonférence G H de l'élément égale S, D la densité de la liqueur, la pression correspondante à chaque élément sera S A D;

donc la formule, qui exprime la preſſion d'une liqueur contre la baſe horizontale (§. 405), ſert à exprimer la preſſion contre les parois verticaux, avec l'attention cependant, que la lettre S déſigne dans le premier cas la ſurface de la baſe, & dans le ſecond la circonférence de l'élément, ou le diametre, ou une autre ligne homologue dans les vaſes réguliers.

Pl. 1. F. 10 409. Puiſque dans les mêmes vaſes, dont les parois ſont verticales, la valeur de S eſt conſtante, la preſſion contre chaque élément G K de la paroi rectangle B E F G, ſera proportionnelle, & pourra s'exprimer par la hauteur correſpondante B G = A, & par conſéquent l'échelle de ces preſſions ſera une droite B H, tirée obliquement du point B de la ſuperficie de la liqueur B E I R, à la droite verticale B C qui lui ſert d'axe.

On déduit de cette réflexion, que ſi les rectangles B E F C, B E K G, ont la baſe commune B E,

1°. La ſomme des preſſions que la liqueur exerce contre le rectangle B E F C, eſt à la ſomme des preſſions contre le rectangle B E K G, comme le triangle B C H eſt au triangle B G I : : $\overline{BC}^2 : \overline{BG}^2$.

2°. La preſſion ſoutenue par le rectangle G K E C étant auſſi proportionnelle au trapeze G L H C, différence des deux triangles B C H, B G L, on pourra auſſi l'exprimer par $\overline{BC}^2 - \overline{BG}^2$.

3°. Si on prolonge vers M la droite B E, qui désigne le niveau de la liqueur, & qu'on prolonge les droites G K, C F, on fera F Q : K N : : $\overline{BC}^2 : \overline{BG}^2$, les droites prolongées exprimeront aussi la proportion de la somme des pressions qui soutiennent les rectangles B E F C, B E K G, & l'échelle E N Q de ces sommes proportionnelles sera la parabole apollonienne.

410. Puisque l'échelle B H des pressions contre chaque élément du vase, dont les parois sont verticales, est une droite inclinée à l'axe B C, & que ces pressions sont exprimées aux points G, C, par les hauteurs B G, B C (§. 400), il s'ensuit, qu'il y aura entre la plus grande & la plus petite de ces pressions une moyenne arithmétique, laquelle multipliée par le nombre de ces mêmes pressions, donnera un produit égal à la somme des pressions qui agissent contre les rectangles verticaux qui constituent les parois du vase.

La plus grande pression dans le rectangle B E K G étant = B G, & la plus petite = o, la moyenne pression sera = $\frac{BG}{2}$; mais la plus grande pression du rectangle G K F C, qui se trouve au dessous du niveau da la liqueur étant = B C, & la plus petite égale B G, la pression moyenne contre ce rectangle sera = $\frac{BC+BG}{2}$; donc si on mul-

tiplie ces pressions, ou les hauteurs moyennes des liqueurs, par le nombre des pressions correspondantes exprimé par la surface comprimée de la liqueur, on aura la somme des pressions cherchée; c'est-à-dire $BEKG \times \frac{BG}{2}$ sera la somme des pressions contre le rectangle BEKG; $BEFC \times \frac{BC}{2}$ la somme des pressions contre le rectangle BEFC, & $GKFC \times \frac{BC+BG}{2}$ fera la somme des pressions contre le rectangle GKFC.

411. Donc pour exprimer en poids la pression d'une liqueur quelconque contre une surface verticale rectangle, on fera usage de la formule SAD (§. 405); pourvu qu'on fasse attention que S exprime dans ce cas la surface rectangle verticale, & A la hauteur moyenne de la liqueur. Par exemple la pression de l'eau à la hauteur moyenne de 5 pieds contre un tampon, ou une éclufe de 4 pieds de surface sera $SAD = 4 \times 5 \times 377 = 7340$ livres.

Il est à-propos d'observer ici, que, si on veut élever ce tampon, on rencontrera une résistance plus forte que 7340 livres, cette plus grande résistance provient du poids du tampon & du frottement qu'il doit vaincre en parcourant sa rainure. On exprime ce frottement par la troisieme

partie

partie du poids, qui charge la ſuperficie, qui frotte (§. 196), c'eſt-à-dire par $\frac{7340}{3} = 2446$. Et ainſi, ſi on nomme Z le poids du tampon, on aura $7340 + \frac{7340}{3} + Z = 9786$ livres $+ Z$ pour la force néceſſaire à employer, pour hauſſer le tampon ci-deſſus dans les circonſtances qu'on vient de citer.

412. Si l'on fait attention au principe de la regle donnée pour meſurer la preſſion d'une liqueur contre une ſurface rectangle verticale, on s'apperçoit que la preſſion contre la paroi B E F C, ne dépend pas d'une opération plus ou moins éloignée. C'eſt pour cela qu'on fait uſage dans cette circonſtance de l'expédient qui a déjà été enſeigné (§. 406), c'eſt-à-dire de produire avec peu de liqueur une très-grande preſſion contre les ſurfaces verticales; il ſuffit pour cela, que la diſtance B R entre les deux parois oppoſées BCFE, R T P I ſoit très-petite. Au contraire, pour produire une très-petite preſſion avec une grande quantité d'eau, il ſuffit de faire le vaſe très-large & peu élevé.

413. On doit auſſi appliquer aux cylindres droits, la regle donnée pour meſurer la preſſion d'une liqueur contre les ſurfaces verticales rectangles d'un vaſe parallelipipede ou priſmatique.

Soit la circonférence d'un cylindre droit B CFG

de 12 pieds, & sa hauteur B G de 7 pieds, & soit ce cylindre plein d'huile d'olive, on aura D = 335
Pl. 1. F. 11 livres (§. 385), sa hauteur moyenne $A = \frac{7}{2}$, & la superficie cylindrique $S = 12 \times 7 = 84$, ainsi on aura $SAD = 84 \times \frac{7}{2} \times 335 = 98490$ livres pour la pression soutenue par toute la superficie verticale du cylindre, & si la superficie B K H G, est la troisieme partie de toute la superficie cylindrique, la pression contre B K H G sera de $\frac{98490}{3}$.

Finalement si la surface cylindrique L M G H, qui se trouve au-dessous du niveau de la liqueur est de $\frac{2}{3}$ de pieds = S, B G = 7 pieds, & B L = 5 pieds, on aura pour la hauteur moyenne, $A = \frac{7+5}{2} = 6$; & supposant le cylindre rempli de mercure, on aura D = 5000 livres; d'où substituant ces nombres dans la formule, on aura $SAD = \frac{2}{3} \times 6 \times 5000 = 20000$ livres, pour la pression contre la dite surface L M H G.

414. La pression d'une liqueur contre une surface inclinée rectangle, est égale au produit de la même surface, par la hauteur moyenne de la liqueur.

Pl. 1. F. 12 Que B E F C représente le profil d'une capacité développée sur deux surfaces inclinées rectangles B C, E F, & soit ce vase plein de liqueur jusqu'en B E, tous les points G de la paroi B C, seront (§. 408) comprimés dans une direction horizon-

tale par les éléments L G, & dans la direction à plomb, par les petites colonnes correspondantes H G (§. 403). On exprime la premiere de ces pressions par la hauteur H G (§. 408, 409), & la seconde par H B; parceque sa valeur dépend de l'inclinaison de la paroi B C, rassemblant donc ces deux forces, on aura B G pour la pression composée, avec laquelle la liqueur agit contre le point G: la pression horizontale contre le point G sera donc à la pression composée contre le même point, comme la hauteur verticale H G, est à la droite inclinée B G, comme la verticale K C: B C; mais pour avoir la pression contre une superficie verticale rectangle, il suffit de multiplier la superficie par la hauteur moyenne de la liqueur (§. 410); donc pour avoir la pression contre un rectangle incliné B C, il suffira de multiplier la superficie par la hauteur moyenne de la liqueur $= \frac{KC}{2}$ donc &c.

On prouvera par un semblable raisonnement, que si le vase est plus étroit à la partie supérieure comme E M N F, la regle donnée servira pour donner la pression composée de la liqueur contre la paroi M N inclinée au-dedans du vase; parce que, si dans le premier cas les petites colonnes de liqueurs compriment la surface inclinée au-dehors de haut en bas, ces petites colon-

nes comprimeront dans le second cas avec la même force, la paroi M N de bas en haut.

415. Donc la formule S A D servira aussi dans les cas du paragraphe précédent, pourvu qu'on l'emploie avec les renseignements donnés (§.411). Si par exemple la surface inclinée B C est de 10 pieds, la hauteur K C de la liqueur de 6 pieds, & si la liqueur est de l'eau de mer, on aura D = 375 livres, ainsi nous aurons S A D = $11 \times \frac{6}{2} \times 375 = 11250$ livres pour la pression cherchée.

On ne s'arrêtera pas à examiner, comment on mesure la pression des liqueurs contre des surfaces autres que les rectangles, pour ne pas entrer dans une longue recherche de choses que l'on peut, ordinairement parlant, éviter dans la pratique. Au reste, si la nécessité de résoudre ces problemes vient à avoir lieu, il ne sera pas difficile d'en trouver la solution par ce qui a été enseigné précédemment.

CHAPITRE TROISIEME.

De la pression des fluides élastiques.

416. Puisqu'on peut faire facilement nombre d'expériences sur l'air, & que la théorie des pressions, qui résulte de ces expériences, convient précisément aux autres fluides élastiques connus jusqu'à présent, & spécialement au flui-

de produit par une quantité de poudre enflammée ; notre principal examen s'arrêtera donc ſur l'air que nous reſpirons, & ſa force nous ſervira, pour ainſi dire, d'échantillon pour meſurer celle des autres fluides élaſtiques.

417. L'air qui conſtitue l'athmoſphere ſe trouve toujours en pleine liberté; mais il arrive auſſi, que ſouvent une portion de ce fluide eſt reſerrée dans différents vuides, ou par la nature, ou par l'art, ſans avoir de communication avec l'air extérieur, & il exiſte dans ces priſons différemment denſe & différemment élaſtique.

La preſſion que ce fluide exerce contre une ſuperficie quelconque, vient dans le premier cas de ſon propre poids; mais quand il ſe trouve renfermé, il eſt beaucoup plus condenſé, & cette preſſion vient principalement de ſon élaſticité (§. 80. 81. 82).

418. Pour bien diſtinguer dans la preſſion de l'air, la force qui appartient à l'élaſticité, d'avec celle qui vient de la peſanteur des particules de l'air, on conſidere un nombre de molécules B C G, Pl. I. F. 13
G I H, H K L, L E F &c. égales entr'elles & placées les uns ſur les autres dans la direction à plomb F B, l'inférieure de ces molécules B C G s'appuie par ſon extrêmité B, ſur le plan horizontal M N, il eſt clair que ce plan ſoutiendra le poids de toutes ces molécules, & que la molécule BCG,

qui doit soutenir le poids de toutes celles qui sont au-dessus, sera plus pliée que les autres; ce poids désignera la résistance ou force élastique de la molécule B C G. La molécule suivante G I H, qui doit en soutenir un moindre nombre, sera moins tendue, & le poids des molécules supérieures H K L, L E F, &c désignera la force élastique de la molécule G I H. On fera le même raisonnement pour la molécule H K L, & successivement pour les autres qui sont au-dessus, jusqu'à la derniere de toutes L E F; comme elle n'est comprimée que par son propre poids, elle sera moins tendue que les autres molécules inférieures, & son élasticité sera mesurée par son propre poids.

Si on applique ce raisonnement aux particules de l'air de l'athmosphère, on verra aussitôt, que les surfaces des corps solides & liquides qui existent sur la terre, soutiennent le poids de la colonne d'air qui est au-dessus, & que les particules d'air, qui se trouvent sur la superficie de la terre, sont plus chargées & tendues que celles qui en sont éloignées; puisqu'elles soutiennent par leur élasticité le poids des particules supérieures, & enfin que l'élasticité des particules inférieures, doit s'exprimer par le poids des particules supérieures.

419. Il a été dit (§. 81), que le mercure s'éle-

ve à une certaine hauteur dans les barometres, parce que l'air de l'athmosphere presse par son poids sur la superficie inférieure de la liqueur. Rendons palpable cette vérité physique.

Si on imagine un siphon C B F E R placé dans un espace vuide d'air, & qu'on tienne dans ce siphon une quantité de mercure G F E T; si l'on introduit dans la branche G B F, un tube P Q ouvert à ses extrêmités, le mercure montera par le trou P, jusqu'à la hauteur P T, au même niveau que G G. Supposons dans cet état, qu'on verse dans la branche plus large C B F une autre liqueur plus légere que le mercure, & par exemple de l'eau, elle surnagera sur le mercure G G, comme Q G G Q (§. 387), en le comprimant par son poids, au point d'en faire monter une partie T V dans le tube O P & dans la branche E R, & la hauteur T V du mercure au-dessus de son niveau G G sera à la hauteur G Q de l'eau, réciproquement comme le poids spécifique de l'eau est à celui du mercure, (§. 391). Donc si la quantité d'eau Q G G Q a fait descendre le mercure à la hauteur T V de 1 P. 5 p. 3 l., la hauteur G Q de l'eau $\overline{1\ P.\ 5\ p.\ 3\ l.} \times \frac{10000}{800} = 19\ P.\ 6\ p.\ 1\ l.$ Pl. 1. F. 14

Or si à cette colonne d'eau Q G G Q, on en substitue une autre B G G C d'un fluide d'un poids spécifiquement moindre, qui pese cependant autant que la premiere, telle que seroit une colon-

à l'horizon, eſt la même qui a été donnée (§. 411. 413. 414.); quoique cette regle ſerve à toutes ſurfaces planes quelconques, qui ne ſont pas rectangles, pour les cas qui préſentent une différence inſenſible entre les hauteurs des barometres.

Donc, ſi on veut meſurer la preſſion de l'air contre la ſurface verticale B C G F, on obſervera
Pl. I. F. 15 la hauteur = A du barometre placé dans la partie inférieure F G de la ſurface & l'autre hauteur = a, que l'on obtient dans le même tems à la ſommité B C, prenant la moyenne $\frac{A - a}{2}$, on la multipliera par la ſurface B C G F & par la denſité du mercure = 5000 livres, & le produit ſera la preſſion cherchée.

Si dans les deux ſtations du barometre indiquées, la différence dans la hauteur n'eſt pas ſenſible, on trouvera la preſſion de l'air, comme ſi la ſuperficie donnée étoit horizontale (§. 420).

423. Il eſt néceſſaire d'obſerver, que la preſſion de l'athmoſphere contre les corps n'eſt pas ſenſible pour nous, tant qu'ils ſont entourés d'air tout au tour; parce que les preſſions égales, qui ſe font contre le même corps dans des directions oppoſées, ſe mettent en équilibre entr'elles; mais ſi l'on raréfie l'air derriere le corps, ou ſi on y ménage du vuide comme dans les deux hémi-

ſpheres du (§. 81), alors il eſt néceſſaire d'employer, pour les ſéparer en tirant de bas en haut, une force qui ſurpaſſe le poids de l'hémiſphere, & celle d'une colonne de mercure de même baſe que le grand cercle de l'hémiſphere, & de même hauteur que le barometre.

La même choſe arrive dans les ſolides plongés dans quelque liqueur, parce que ſi un ſolide eſt tout-à-fait entouré de la liqueur, il ſuffira, pour l'élever, d'employer une force qui ſurpaſſe ſon poids; mais ſi ce ſolide n'en eſt point tout-à-fait entouré, au point de reſſembler à la figure du bouchon (§. 403), il faudra alors que la force, pour l'élever, ſurpaſſe le poids du ſolide, & celui de la colonne de liqueur, qui eſt au-deſſus.

Quiconque fera attention à ces réflexions, connoîtra facilement l'erreur, dans laquelle tomboient les artilleurs, qui croyoient qu'en ménageant beaucoup de vent au boulet dans le canon, il en réſultoit une grande preſſion du fluide ſur le boulet, ce qui produiſoit enſuite des battements dans le plan de l'ame.

424. Il réſulte d'après les obſervations météorologiques faites à Turin par le docteur Somis, profeſſeur de cette univerſité, & médecin du roi, que la plus grande hauteur du barometre avec du mercure de denſité donnée (§. 384), n'a jamais outrepaſſé 1 P. 5 p. 9 l., & que la plus

petite n'a jamais été au-dessous de 1 P. 4 p. 8 l.; il suit delà, que tous les changements, qui se rencontrent dans la pression de l'athmosphere, sont compris entre ces deux limites; c'est pour cela qu'on évalue la hauteur moyenne du barometre à 1 P. 5 p. 3 ½ l.

Si l'on veut exprimer avec un poids la pression de l'athmosphere dans les trois différents états, contre une surface d'un pied, on aura, en employant la regle du §. 420.

7396 liv. pour la plus grande pression.
7200, pour la moyenne.
6944, pour la plus petite.

En conséquence la pression de l'athmosphere contre une surface de S de pieds, (la lettre S exprimant un nombre entier ou rompu quelconque), sera d'autant S de livres, que le barometre indiquera la plus grande hauteur, la moyenne, ou la moindre.

425. Il sera aisé, au moyen de ce qui a été expliqué, de trouver la hauteur d'autres barometres faits avec des liqueurs de densité différente que le mercure Si, par exemple, la hauteur moyenne du mercure dans le barometre est de 1 P. 5 p. 3 ½ l, si l'on veut trouver quelle doit être, avec la même pression de l'athmosphere, la hauteur d'un barometre fait avec de l'eau pure, en établissant la regle de trois inverse avec les nombres

qui correſpondent à ces liqueurs dans la table du §. 384, on aura $\frac{10900}{800} \times \overline{1.5.3\frac{1}{2}} = 19\frac{1}{2}$ pieds environ, pour la hauteur cherchée, ainſi on trouvera encore, que la hauteur d'un barometre fait avec l'eſprit de vin alcoholiſé devra être de $26\frac{2}{3}$ pieds dans la moyenne preſſion de l'athmoſphere.

Comme on ſe trouvera dans le cas de comparer la preſſion des fluides avec la réſiſtance des ſolides, alors il faudra, pour faire cette comparaiſon, ſuppoſer que les ſolides paſſent à l'état de fluidité, ſans ſubir pour cela de variation dans leur denſité inſcrite (§. 384), & qu'on en forme des barometres dans cet état. Cela ſuppoſé, on trouvera, en agiſſant comme deſſus, que la hauteur moyenne d'un barometre de fer liquide, doit être de 2 P. 6 p. 9 l., celle d'un barometre de plomb liquide doit être de 1 P. 8 p. 9 l., & que la hauteur moyenne d'un barometre de pierre de taille dans l'état de fluidité, doit être de 7 P. 3 p. 10 l. & ainſi d'autres matieres &c.

426. Pour examiner la preſſion d'une quantité d'air renfermé exactement dans un eſpace vuide BCGF, dont l'action eſt produite par la peſanteur, il ſuffit de faire attention, que l'air fait dans ce cas les fonctions d'une liqueur, & agit par conſéquent contre la baſe & contre les parois du vaſe, ſelon les loix données (§ 405, 407, 408, 411); Pl. 1. F. 16

d'où l'on fera usage de la formule S A D. Si l'on renferme, par exemple, dans le cylindre B C G F, une quantité d'air de même densité que celle de la moyenne pression, soit la base F G = S de 8 pieds, & la hauteur B F = A de 30 pieds, on aura D = o. 5. $\frac{1}{2}$ livres (§. 385), & ainsi S A D = $8 \times 30 \times \overline{o.\ 5.\ \frac{1}{2}}$ = 110 livres pour la pression contre cette base.

Si avec une séringue ou autrement l'on condense l'air au double, triple, quadruple &c., la pression dans la capacité condensée sera double, triple, quadruple &c.

On pourra appliquer à tout autre fluide, placé dans les circonstances détaillées, tout ce qui vient d'être dit dans ce paragraphe, pour mesurer la pression d'un air renfermé; pression qui vient de la pesanteur.

427. On a vu (§. 418), qu'on exprime l'élasticité de l'air à la superficie de la terre, par le poids de celui qui est au-dessus. La hauteur du barometre sert donc à déterminer encore la pression de l'air, qui vient de son élasticité. Mais examinons ce cas plus particuliérement.

Si on a un tube plié C R Z B P, dont la longue branche B P soit ouverte en P, & l'autre courte
Pl. 2. F. 1. R C soit fermée en C, & soit le dedans de cette branche exactement cylindrique, ensorte que les capacités des vuides V R C, K E C, I L C &c.

foient entr'elles dans la proportion refpective des hauteurs R C, E C, L C, fi en tenant ce tube dans une pofition verticale, on y introduit adroitement par le trou P, une quantité de mercure B Z R, qui ferme à peine la communication entre les deux branches du tube, l'air qui fe trouvera refferré de cette maniere dans la branche V R C, aura la même denfité que celui qui fe trouve dans l'autre branche B P, qui communique avec l'athmofphere; d'où il fuit que la preffion de l'air refferré, qui agit fur la furface V R du mercure, pour l'empêcher de monter, proviendra de fon élafticité, & fera égale au poids de l'athmofphere, qui agit fur la furface B Q du mercure, qui fe trouve dans l'autre branche B P. Si l'on ajoute d'autre mercure par le trou P, jufqu'à ce qu'il arrive en E, & foit C E la moitié de C R : l'air refferré dans l'endroit K E C aura le double de denfité qu'auparavant, & fon élafticité fera auffi double; c'eft-à-dire, qu'elle équivaudra au poids double de l'athmofphere. En effet on trouvera que le mercure arrive jufqu'en G dans la branche B P, & que fi l'on tire du point E l'horizontale E F, la hauteur F G eft égale à celle d'un barometre fait avec le même mercure; c'eft pourquoi retranchant la partie E Z F, qui fe met d'elle même en équilibre, l'air renfermé dans l'endroit K E C réfifte par fon élafticité à la

pression de l'athmosphere, qui s'introduisant par l'ouvertureP, s'appuie sur la surface GH du mercure, & résiste à la colonne F G du mercure, qui équivaut à la pression de l'athmosphere, à raison de sa hauteur égale à celle du barometre. Si on continue d'augmenter le mercure, il montera vers C, & quand on aura $IC = \frac{CR}{3}$, l'air renfermé dans l'endroit ICL, sera trois fois plus dense de ce qu'il étoit dans l'endroit VRC, & l'élasticité, avec laquelle il agit sur la surface IL du mercure, pour l'empêcher de monter davantage, se trouvera aussi triple, & par conséquent équivalente à un poids triple de l'athmosphere. Car si l'on tire l'horizontale LM, MO sera double de la hauteur d'un barometre, & par conséquent, si on retranche la partie LZM, qui se met d'elle même en équilibre, l'air renfermé dans l'endroit ILC, résistera par son élasticité au poids double de l'athmosphere, exprimé par la colonne MO du mercure, & à la pression immédiate de la même athmosphere, qui agit par le trou P sur la surface O O. Si l'on continue d'ajouter ainsi du mercure dans le tube PB, on trouvera que l'élasticité d'un air renfermé qui est n, de fois plus dense que celui que nous respirons, est toujours proportionnelle à sa densité, pourvu que le nombre n soit très-petit.

428. Mais

428. Mais si la branche B P du tube étoit longue, au point d'y pouvoir mettre tant de mercure, que l'air se condensât cent fois & plus dans la branche courte R C, il se trouveroit alors, que l'élasticité de cet air augmenteroit en plus grande proportion que sa densité.

Mr. EULER a donné une formule dans un volume de l'académie de Petersbourg, pour déterminer l'élasticité de l'air sous une densité quelconque. Il observe que l'air, étant composé de matiere, peut se comprimer seulement jusqu'à un certain point, d'où exprimant par m la plus grande condensation de l'air, & par n, combien de fois l'air renfermé dans un endroit quelconque est plus dense que l'athmosphere, qui touche à la superficie de la terre, il donne la proportion suivante :

L'élasticité de l'air libre voisin de la superficie de la terre est à l'élasticité de l'air renfermé, qui est n de fois plus dense, comme $6m + 1 : 9m^2 - 9m\sqrt[3]{m \times \overline{m-n}^2}$.

Cette proportion peut se convertir dans cette autre, sans commettre d'erreur physique de conséquence.

$1 : \frac{3}{2}m - \frac{3}{2}\sqrt[3]{m \times \overline{m-n}^2}$, & cette proportion devient $1 : \frac{3}{2}m$, lorsque $m = n$, c'est-à-di-

re, que quand l'air renfermé se trouve condensé au plus haut point possible, son élasticité est à sa densité, comme 3 : 2.

429. Pour appliquer cette théorie à la pratique, on prend ordinairement la hauteur moyenne du barometre, pour exprimer la densité & l'élasticité de l'air. Multipliant donc la hauteur moyenne du barometre qui est de 1 P. 5 p. $3\frac{1}{2}$ l. (§. 424), par la densité du mercure = 5000 livres, on aura en nombres ronds 7200; quantité constante, qui, multipliée par S, donnera en poids la pression 7200 S, que l'air par son élasticité exerce contre une surface quelconque = S, lorsque cet air a la densité de la moyenne pression; mais si l'air renfermé est n de fois plus dense que la moyenne pression, alors l'action de cet air contre une surface S, sera exprimée par cette formule (§. 428) $7200\,S \times \overline{\tfrac{3}{2}m - \tfrac{3}{2}\sqrt[3]{m \times \overline{m-n}^{\,2}}}$

laquelle formule se peut réduire à cette autre 7200 S n, sans commettre d'erreur de conséquence, lorsque n est un très-petit nombre (§. 427)

Il résulte de quelques expériences que m = 942. Si on substitue cette valeur dans la premiere formule on aura 7200 S

$\times \overline{1413 - \tfrac{3}{2}\sqrt[3]{942 \times \overline{942-n}^{\,2}}}$, il suffira de l'

que dans les cas particuliers n ſoit connue pour avoir la preſſion contre une ſurface donnée. Si, par exemple, $n = 500$, $S = \frac{1}{4}$ de pied, ſubſtituant ces nombres dans la formule, on aura $7200 \times \frac{1}{4} \times \overline{1413 - \frac{3}{2}\sqrt[3]{942\ \overline{942^2 - 500}}} = 1009800$ livres pour la preſſion que l'air, condenſé au terme déſigné, exerce par ſon élaſticité contre la ſurface de $\frac{1}{4}$ de pied.

430. Si à la faveur de l'expérience, on vient à connoître directement l'élaſticité de l'air renfermé, & qu'on veuille en déterminer la preſſion contre une ſurface donnée, il ne ſera plus néceſſaire de faire attention à ſa denſité.

C'eſt pourquoi, ſi n exprime, de combien l'air renfermé eſt plus élaſtique que celui de l'athmoſphere à la moyenne preſſion, alors la formule $7200\ S\ n$ ſervira préciſément pour cela. Si l'on fait, par exemple, que l'air renfermé eſt 650 fois plus élaſtique que celui de l'athmoſphere, la preſſion contre une ſurface $S = \frac{2}{3}$ de pieds ſera $7200\ S n = 7200 \times \frac{2}{3} \times 650 = 3120000$ livres.

431. La théorie, qu'on vient de citer ſur la preſſion de l'air, qui provient de l'élaſticité, eſt préciſément applicable à tous autres fluides élaſtiques, connue juſqu'à préſent; elle eſt d'un très-grand uſage dans l'artillerie, pour raiſonner ſur la force de la poudre.

Veut-on donner à présent un essai de cett matiere? il faut premiérement supposer que poudre se convertit au moment de l'inflammatio en un fluide élastique, dont la force augmente, mesure que la poudre se détruit; mais cette for ce diminue ensuite aussitôt que l'inflammatio cesse. Il résulte delà, que cette force a un *maximum*. Or si à l'aide de quelque expérience, o parvient à connoître ce *maximum*, on pourra dé terminer la force que la poudre enflammée exer ce contre une surface. Si l'on a, par exemple, u fourneau de mine de figure cubique, dont le cô té soit de 2 pieds, chaque surface égale S, qui con stitue la capacité du fourneau, sera de 4 pieds; s l'on suppose, que dans le tems de l'inflammatio la plus grande élasticité de ce fluide soit = 150 fois celle de l'air dans la moyenne pression, o aura (§. 430) $7200\ S\ n = 7200 \times 4 \times 1500 =$ 4320000 livres pour la pression, que la poudr enflammée exerce contre chaque paroi du four neau, & comme il y a six parois égales dans l cube, ainsi la pression contre la superficie total du fourneau sera de 6×43200000 livres.

432. Avant de terminer ce chapitre, nous met trons en considération les principales différen ces, qui se trouvent entre la pression d'un fluid élastique produite par l'élasticité, & celle qu vient de la pesanteur.

1°. Un fluide élastique, renfermé dans une capacité quelconque B C G F, presse par son élasticité dans des directions perpendiculaires contre chaque point physique, qui constitue la capacité, aulieu que la pression, occasionnée par la pesanteur, a seulement lieu contre la base F G, & contre les parois (§. 426). Pl. 2. F. 2.

2°. Lorsque la hauteur B F de la capacité n'est pas bien grande, on peut, sans erreur sensible, considérer le fluide renfermé comme également dense sur toute sa hauteur, & par conséquent son élasticité peut être la même contre chaque point, qui constitue la superficie du vuide l'intérieur, aulieu que la pression produite par la pesanteur, diminue à mesure que le point E, contre lequel elle agit, se trouve plus près du point supérieur B.

3°. La pression produite par l'élasticité de l'air surpasse de beaucoup celle de la pesanteur, comme on peut facilement le prouver, en comparant les formules (§. 426, 429). C'est pour cette raison que, quand nous parlerons à l'avenir de l'élasticité de l'air renfermé, ou de tout autre fluide analogue à l'air, nous ferons abstraction de la pression occasionnée par la pesanteur ou par le poids d'un fluide.

CHAPITRE QUATRIEME.

Des épaiſſeurs, que doivent avoir les vaſes de figure quelconque, pour réſiſter, par l'adhéſion de leur matiere, à la preſſion du fluide qu'ils contiennent.

433. Pour que les parois ou les baſes d'un vaſe de figure quelconque réſiſtent également par-tout à la preſſion du fluide, qui tend à les rompre, il eſt néceſſaire que les épaiſſeurs des vaſes ſoient proportionnelles à la preſſion correſpondante; enſorte qu'en combinant cette épaiſſeur avec l'adhéſion de la matiere, dont le vaſe eſt formé, il y ait enſuite équilibre entre la preſſion & la réſiſtance. L'échelle de preſſion ſervira donc auſſi pour les épaiſſeurs.

La formule $\frac{P}{S}$ donnée (§. 208, dont P exprime le poids ou la preſſion produite par la ſection de rupture $= S$, ſert auſſi pour les vaſes de figure quelconque, puiſque la rupture doit auſſi y avoir lieu dans l'endroit où $\frac{P}{S}$ eſt un *maximum*.

Cela poſé nous commencerons à examiner, comment on détermine les épaiſſeurs d'un vaſe, pour qu'il réſiſte dans l'état d'équilibre à la preſſion d'un fluide élaſtique qu'il tient renfermé.

434. Comme la théorie des fluides élaſtiques concerne directement l'artillerie, nous examine-

rons en conféquence les figures, dans lesquelles la poudre a coutume de s'enflammer. La figure fphérique eft pour les bombes, & pour les chambres des mortiers, la figure cylindrique pour l'ame des canons & des fufils, & la figure cubique pour les fourneaux de mines; il fera enfuite aifé, moyennant cet examen, d'étendre la théorie à toute autre figure.

Puisque la preffion d'un fluide élaftique eft la même contre chaque point phyfique renfermant la capacité, & que cette preffion agit toujours dans une direction perpendiculaire à la furface comprimée (§. 432), il s'enfuit, que fi, aulieu de la fphere, du cube & du cylindre, on décrit intérieurement une autre figure femblable & concentrique, elle fervira d'échelle, pour exprimer les preffions & les rapports entre les réfiftances ou épaiffeurs correfpondantes, enforte qu'il ne refte plus à déterminer dans ces capacités que les épaiffeurs abfolues.

435. Pour déterminer les épaiffeurs abfolues des parois d'un cube B C E F, on examine la preffion du fluide élaftique contre quelque paroi B C; il eft clair, que, fi cette preffion commence à peine à chaffer la matiere B C H G, qui lui réfifte, elle produira néceffairement un trou parallelipipede B C H G, qui donnera G H = B C; car fi G H étoit moindre que B C, la matiere Pl. 2. F. 3.

H B C G ne pourroit pas être chaſſée hors de ſ place, & ſi C H étoit plus grand, $\frac{p}{S}$ ne feroit pa un *maximum*.

La ſection de rupture étant ainſi déterminée il ſuffira d'écrire dans la formule 7200 S *n* (§.430) $\overline{BC}^2$ aulieu de S, & on aura 7200 *n* $\overline{BC}^2$ pour l preſſion du fluide contre la paroi B C. On nom me *m* l'épaiſſeur demandée B H dans l'état d'équi libre, *q* l'adhéſion de la matiere d'un pied ſuper ficiel, on aura 4 B C × *m* pour la ſection de ru pture, ou pour la ſurface du parallelipipede dé taché par le fluide élaſtique, non compris le deux baſes B C, G H; & comme cette ſection d rupture réſiſte par ſon adhéſion abſolue, ainſ on aura 4 B C × *m q* pour la réſiſtance de la paro correſpondante; ce qui donnera dans l'état d'é quilibre 7200 *n* $\overline{BC}^2$ = 4 B C × *m q*, & corrigean l'expreſſion, on aura 1800 *n* B C = *m q*, formu le pour le cube.

436. Si on fait des réflexions analogues à celle du paragraphe précédent, on trouvera que dan la ſphere T F L K E R V la rupture doit ſe fair dans le plan T F K R, qui diviſe la ſphere en deu parties égales

Faiſant attention enſuite, que le fluide élaſtique renfermé dans l'eſpace vuide ſphérique F L K E agit dans une direction perpendiculaire contr

chaque point phyſique, on voit que nombre de ces preſſions agit en ſens oppoſé ; ce qui doit détacher l'hémiſphere F L K de l'autre, en vertu d'une force moindre que la preſſion totale, que le fluide exerce contre un hémiſphere. Cela poſé, nous chercherons, avant toutes choſes, quelle eſt la preſſion produite par la ſection de rupture. Pour cela on conſidere A B, A F, A L, A K $= r$, comme les rayons de l'eſpace vuide ſphérique F L K E, dont la circonférence ſoit $= c$, l'abſciſſe A H $= x$, & dont l'ordonnée H B $= y$, ſoit parallele au diametre F K, on aura $\frac{cy}{r}$ pour la circonférence du rayon B H, & ainſi les fluxions H I = M N $= dx$, B N $= dy$, donneront $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ pour l'arc infiniment petit B M ; d'où l'élément de la ſurface ſphérique ou de la zone élémentaire B M O Q, ſera $\frac{cy}{r}\sqrt{dx^2+dy^2}$. On a par l'équation du cercle $y^2 = r^2 - x^2$; c'eſt pourquoi différenciant, on aura $dy = -\frac{x\,dx}{y} = -\frac{x\,dx}{\sqrt{r^2 - x^2}}$, & $dy^2 = \frac{x^2\,dx^2}{r^2 - x^2}$; ſubſtituant ces valeurs de y & de y^2 dans l'expreſſion de la zone, on aura $\frac{cy}{r}\sqrt{dx^2 + dy^2} = c\,dx$; mais r exprime auſſi la quantité de la preſſion perpendi-

Pl. 1. F. 4.

culaire A B, qui agit contre chaque point B la cavité ſphérique. Donc $c\,r\,d\,x$ exprimera pression du fluide élaſtique contre la zone é mentaire $c\,d\,x$, & intégrant on aura $c\,r\,x$ po la preſſion que le fluide exerce contre la porti F B Q K de la concavité ſphérique. Si on ſu poſe que x devienne égale à r, on aura $c\,r^2$ po la ſomme de toutes les preſſions perpendicu res, qui agiſſent contre l'hémiſphere F L K.

Pour trouver la portion de force $c\,r^2$, employ pour détacher l'hémiſphere F L K de l'autre, décompoſe la preſſion perpendiculaire A B deux autres B H, H A, enſorte que la premie ſoit parallele à la ſection de rupture F K, & l'a tre A H lui ſoit perpendiculaire; il eſt clair p ce qui a été enſeigné, que la premiere de ces pr ſions ne concourt en rien à produire la rupt re, mais qu'elle ſera ſeulement occaſionnée p la ſeconde force A H = B G = x; partant, ſi o multiplie la zone B M O Q = $c\,d\,x$ par la preſſio correſpondante B G, qui tend à détacher l'hém ſphere, on aura $c\,x\,d\,x$, dont l'intégrale ſe $\frac{c x^2}{2}$, & faiſant $x = r$, on aura $\frac{c\,r^2}{2}$ pour la pre ſion, qui ſépare l'hémiſphere F L K de l'aut F E K. Mais la preſſion totale, que le fluide exerc contre l'hémiſphere, eſt exprimée par $c\,r^2$; don la force, qui ſépare les deux hémiſpheres, e

la moitié de la force que le fluide emploie contre une d'elles, & comme la ſuperficie d'un hémiſphere eſt double de celle de ſon grand cercle, ainſi on a la regle ſuivante :

La preſſion d'un fluide élaſtique renfermé, capable de rompre une ſphere, eſt égale à celle que le même fluide exerce contre une ſurface égale au plus grand cercle de la ſphere.

437. Pour appliquer la regle du paragraphe précédent, on nomme, comme auparavant, le rayon A B de l'eſpace vuide $= r$, ſa circonférence $= c$, on aura $\frac{c\,r}{2}$ pour la ſuperficie de ſon grand cercle B F E K L. A préſent, ſi dans la formule 7200 n S (§. 430), aulieu de S, on écrit $\frac{c\,r}{2}$, on aura 3600 $n\ c\ r$ pour la preſſion du fluide élaſtique capable de rompre la ſphere.

On nomme q l'adhéſion abſolue de la maſſe, qui conſtitue la ſphere, ſoit l'épaiſſeur K R $= m$, la circonférence T V R ſera $= \frac{c\,r + c\,m}{r}$, & la ſection de rupture produite ſera exprimée par la zone T V R F L K E $= \frac{\overline{c\,r + c\,m}}{r} \times \frac{\overline{r + m}}{2} - \frac{c\,r}{2} = \frac{2\,c\,r\,m + c\,m^2}{2\,r}$, qui, multipliée par l'adhéſion q d'un pied ſuperficiel, fournira la réſiſtance, que la ſphere oppoſe à la preſſion du fluide, & enfin nous aurons dans l'état d'équilibre 3600 $n\ c\ r =$

$\frac{\overline{2crm+cm^2}}{2r} \times q$, ou ; $200nr^2 = \overline{2rm+m^2}$:
formule, qui exprime la pression, avec laqu
un fluide élastique, enfermé dans une sphe
tend à la rompre, & la résistance que cette
me sphere oppose par son adhésion.

438. Un fluide enfermé dans une capacité
lindrique ABEF, presse contre les bases & c
tre la paroi cylindrique dans des directions
pendiculaires à chaque point comprimé (§. 4

La section de rupture aura lieu en vertu d
Pl.2. F.5. premiere pression, ou en détachant la base AB
du prolongement des parois AF, BE (§. 43
ou en rompant le cylindre en KL transvers
ment à sa longueur, selon que $\frac{p}{S}$ sera un *m*
mum dans cet endroit, ou bien dans la
ABGH.

Puis en vertu de la pression, qui a lieu co
la surface intérieure du cylindre, la section
rupture se manifestera sur la longueur du cy
dre, en formant une figure rectangle. Trouv
les formules pour chacun de ces cas.

439. Pour mettre en équilibre la résistance
bases d'un cylindre avec la pression, qui tend à
détacher, on nomme *r* le rayon du cylindre
térieur, *c* sa circonférence, *m* l'épaisseur BH
équilibre avec la moyenne pression, l'adhé
de la masse, qui constitue le cylindre $= q$; si d

la formule 7200 n S (§. 430), aulieu de S, on écrit la surface de la base = $\frac{rc}{2}$, on aura 3600 $n\,r\,c$, pour la pression du fluide contre la base, & comme le fluide, en détachant la base A B G H, produit la section de rupture égale à $m\,c$, ainsi la résistance de l'adhésion sera $m\,c\,q$; & delà nous aurons dans l'état d'équilibre 3600 $n\,r\,c = m\,c\,q$, corrigeant l'expression, on aura 3600 $n\,r = m\,q$ pour la formule cherchée.

440. Si l'on fait une petite réflexion sur la maniere, dont est construite la formule 7200 $n\,r^2 = \overline{2\,r\,m + m^2} \times q$ (§. 437), on connoîtra tout de suite, que la même pression sert précisément à proportionner les parois du cylindre, à la pression qui tend à les rompre en K L, transversalement à sa longueur.

441. Pour trouver l'équilibre entre la pression du fluide contre la paroi cylindrique, & la résistance qu'elle oppose, on nomme la hauteur B E de l'espace vuide cylindrique = a, la circonférence d'un élément quelconque = c, on aura $c\,a$ pour la superficie cylindrique intérieure; substituant cette valeur, aulieu de S, dans la formule 7200 n S, on aura 7200 $n\,c\,a$ pour la pression du fluide contre la paroi. Si on nomme ensuite q l'adhésion de la matiere qui constitue le cylindre, m l'épaisseur = L I, la section de rupture, qui aura lieu dans ce cas, sera le rectangle B E × L I =

$m\ a$ (§. 438), & la réſiſtance de la paroi ſera m
Nous aurons donc dans l'état d'équilibre 7
$n\ c\ a = m\ q\ a$, ou $7200\ n\ c = m\ q$.

On a ſuppoſé dans l'établiſſement de c
équation, que toute la preſſion du fluide a été
ployée à produire la ſection de rupture ; mai
on fait attention, que la preſſion contre cha
point de la paroi ſe fait dans une direction p
pendiculaire, on verra que nombre de ces p
ſions agiſſent entr'elles en ſens oppoſé ; d'où il ſ
que la ſection de rupture doit ſeulement é
produite par une preſſion moindre que la p
ſion totale.

Pour déterminer donc cette portion, on
ſerve que dans l'équation $7200\ n\ c = m\ q$
n'a point la hauteur du cylindre $= a$, & q
reſte ſeulement ſa circonférence $= c$; cela
connoître, que pour trouver tout ce qu'on ch
che, il ſuffit de conſidérer un élément du cy
dre parallele à la baſe.

Soit donc le cercle A E B F, qui repréſente
de ces éléments diviſé en quatre parties ég
A E, A F, B E, B F, par deux diametres A
E F ; il eſt clair, que chaque preſſion G I ten
Pl. 2. F. 6. éloigner l'arc A E du centre G, & l'on dir
même choſe des trois autres arcs. On obſer
que la fluxion A I de l'arc A E exprime la qua
té de preſſion que le fluide déploie contre c

fluxion; comme cet arc infiniment petit ſe confond avec la corde A I; ainſi ſi on tire du point I, I H parallele au diametre F E, la force A I ſera réſolue en deux I H, A H, dont la premiere étant parallele au diametre F E, ne concourra en rien, pour éloigner le point A du centre G; il reſtera donc la ſeule force A H, pour produire cet effet. Nous aurons donc: la force, qui agit contre la fluxion A I, eſt à la force, qui éloigne le point A, ou à la force qui rompt A en deux arcs E A, F A, comme A I eſt à H A, & intégrant on trouvera, que la preſſion du fluide contre le quart de cercle F I A eſt à la preſſion, capable de rompre en A, comme ce quart de cercle E I A eſt au rayon A G; & puiſque la même choſe arrive dans l'autre quart de cercle F A, on voit que l'élément cylindrique ſe rompt en A, comme ſi les forces A I, A K, égales chacune au rayon, tiroient chacune à elle au point A, dans une direction parallele au diametre F E; mais la preſſion totale, que le fluide exerce contre l'élément cylindrique A E B F, eſt exprimée par la circonférence de cet élément: donc on dira, que dans le cylindre la preſſion totale contre la paroi eſt à la force capable de rompre d'un côté, comme la circonférence eſt au rayon, c'eſt pourquoi ſi dans l'équation trouvée on écrit aulieu de c le rayon $= r$, on aura $7200\, n\, r = m\, q$ pour la formule cherchée.

442. Chacune des formules trouvée donne fuite différents théorémes. On déduit par exe ple, de la formule 7200 $n\ r = m\ q$, que dans cylindres de même matiere les épaiffeurs d vent être dans la proportion des rayons, fi l'é fticité du fluide renfermé eft la même; en ou qu'en fuppofant l'égalité dans l'élafticité & d les rayons de cylindres, les épaiffeurs feront d la raifon réciproque des adhéfions, & ainfi autres théorêmes.

On tire d'autres conféquences de la compa fon des formules entr'elles. Si l'on compare, exemple, la valeur de m donnée par la form 7200 $u\ r = m\ q$ (§. 441), avec celle que l obtient de l'autre formule (§. 440) 7200 $u = \overline{u\ r\ m + m^2} \times q$, on trouvera que la premi valeur furpaffe de beaucoup la feconde. Cela voir, que, fi les parois d'un cylindre fe rc pent en vertu du fluide élaftique renfermé d ce même cylindre, la rupture doit avoir lieu la longueur du cylindre, & jamais transverf ment, à moins qu'il ne fe trouve quelque d ctuofité dans les parois.

Si l'on compare enfuite la valeur de m don par la formule 7200 $u\ r = m\ q$, avec celle de l' tre formule 3600 $n\ r = m\ q$ (§. 439), on v tout de fuite que la premiere valeur eft dou de la feconde, & l'on comprend qu'un cylin

doit, pour réfifter également à la preffion du fluide élaftique qu'il renferme, avoir une épaiffeur de paroi, double de celle de la bafe. Cette théorie fert principalement à déterminer la réfiftance des grains de lumiere à vis, qu'on emploie dans l'artillerie.

443. Paffons à l'examen, que les vafes doivent oppofer à la preffion des liqueurs qu'ils contiennent.

Soit le vafe B G H C pofé fur les appuis G, H, & foit rempli de liqueur l'efpace vuide B C E F, dont la bafe E F eft horizontale, cette liqueur tendra par fa preffion à enfonçer la bafe E F dans les directions B F L, C E I, & à rompre les parois du vafe felon leur hauteur B F (§. 401); la formule S A D développée fous les points de vue convenables (§. 405, 408), fert à exprimer ces deux preffions. La preffion dans le premier cas eft la même contre chaque point de la bafe = S, ainfi la droite G H parallele à la droite F E fert d'échelle pour ces preffion, & pour les réfiftances ou épaiffeurs correfpondantes à affigner au fond du vafe (§. 433); mais comme dans le fecond cas S exprime la circonférence ou le rayon de chaque élément P R parallele à la bafe, & que la valeur de la hauteur A = B F = B P diminue, à mefure qu'on prend un point P plus proche de B; ainfi fi les parois B E, C E font paralleles en- Pl. 2. F. 7.

tr'eux, la valeur de S sera constante; ce qui d
nera les pressions proportionnelles aux haut
BF, BP, c'est-à-dire, que l'échelle BOK
ces pressions, & des épaisseurs correspondan
PO, sera une droite inclinée, qui coupera
B la directrice BF. Si les parois BF, CE ne
point paralleles entr'elles, alors la valeur d
sera aussi variable; ce qui rendra les pressio
chaque point P, & les épaisseurs correspon
tes PO, proportionnelles au produit SA, d
l'échelle BOK sera une courbe.

444. Pour exprimer par une formule l'équi
bre entre la pression d'une liqueur contre la b
& la résistance de cette base, supposons qu
rayon de la base circulaire $= r$, & la circo
rence $= c$, on aura $\frac{cr}{2}$ pour la superficie d
base, d'où, si dans la formule SAD, on écrit
lieu de S, $\frac{cr}{2}$, on aura $\frac{cr\,AD}{2}$ pour la pression
la liqueur contre cette base.

Si on nomme l'épaisseur $FL = m$, & q l'ac
sion d'un pied superficiel de la matiere, qui c
stitue le vase, on aura $m\,c$ pour la section
rupture (§. 439), & $m\,c\,q$ pour la résistance
la base; ainsi on aura dans l'état d'équil
$\frac{cr\,AD}{2} = m\,c\,q$, & corrigeant l'expression, on
ra $\frac{1}{2}\,r\,AD = m\,q$ pour la formule cherchée.

On observera une semblable méthode p

avoir la formule, lorsque la base du vase sera différente de celle du cercle.

445. On construira de la maniere suivante la formule qui exprime l'équilibre entre la pression d'une liqueur contre les parois d'un vase, & la résistance des parois. Supposant que les éléments P R, paralleles à la base, soient autant de cercles, dont les rayons soient égaux à r, comme par la pression totale, que la liqueur exerce contre la circonférence, il n'y a qu'une seule partie égale du rayon employée à rompre l'élément (§. 441), ainsi si dans la formule S A D, on écrit r aulieu de S, on aura r A D pour la force capable de rompre le vase, & la résistance de la paroi; si P O = m, elle sera exprimée par $m\ q$ (§. 441), ce qui donnera dans l'état d'équilibre r A D = $m\ q$ pour la formule cherchée, dans laquelle r sera constante, si les parois intérieures du vase sont paralleles entr'elles; mais sa valeur sera variable dans le cas contraire (§. 443).

Si les parois intérieures du vase présentoient plusieurs surfaces planes, & qu'en pareil cas on considere r comme exprimant un élément de ces parois, dont on cherche la résistance; alors la formule trouvée servira précisément pour ce cas.

446. Si le vase plein de liqueur B C E F, aulieu d'être soutenu par dessous, est suspendu en l'air par son orifice B C solidement arrêté à quelque Pl. 2. F. 8.

solide, ou d'une autre maniere quelconque équivalente; dans ce cas, indépendamment des pressions désignées dans le paragraphe précédent, le poids de la liqueur, qui agit sur la base, tirera de haut en bas les parois B F, C E, pour les rompre transversalement à leur hauteur B F. Cette pression sera proportionnelle au solide B C E F à l'endroit B, au solide z L E F à l'endroit z, au solide Q T E F à l'endroit Q, & sera zero à l'endroit F. C'est pourquoi on prendra B F pour directrice, & on décrira l'échelle M N y F, dont les ordonnées B M, z N, Q y, sont entr'elles comme les solides correspondants susdits.

Pl. 2. F. 8.

On trouvera au moyen de cette échelle & de l'autre B O K (§. 445), les épaisseurs composées L I, T x, qui sont nécessaires pour résister aux deux pressions enseignées, dont les directions étant rectangles donnent L I =

$$\sqrt{\overline{zN}^2 + \overline{zR}^2},\ Tx = \sqrt{\overline{QO}^2 + \overline{Qy}^2}.$$

Donc la ligne qui passera par les points V, I, x, P, sera l'échelle des épaisseurs, qui conviennent au vase retenu en l'air par son orifice B C.

Les seaux, qui servent à tirer de l'eau, sont dans le cas, dont on parle, & il sera aisé de trouver, par ce qui a été expliqué, la formule pour les vases de différentes figures placés avec ces circonstances.

447. Nous résoudrons quelques problêmes, pour faire voir l'usage des formules trouvées.

On veut conduire l'eau de la fontaine *z* avec un aqueduc de plomb *z x y* V sur la montagne opposée V, en faisant passer l'aqueduc au fond de la vallée *y*. On tire du point *y*, l'horizontale *y* T, & abaissant du point *z* la ligne d'à plomb *z* T, il résulte que la hauteur de l'eau = A est de 1200 pieds dans cet aqueduc, & le rayon du vuide intérieur cylindrique de l'aqueduc est de $\frac{4}{5}$ de pieds; on cherche l'épaisseur que doit avoir l'aqueduc sur toute son étendue, pour résister dans l'état d'équilibre à la pression correspondante de l'eau. Pl. 2. F. 9.

Puisque l'on traite dans ce problême d'un cylindre creux, rempli de liqueur & appuyé par-dessous, on fera usage de la formule $r\,A\,D = m\,q$ (§. 445); & comme le §. 64, donne 75 livres pour l'adhésion du plomb dans un point superficiel, ainsi on aura pour un pied superficiel $q = 75 \times 144 \times 144$; & le §. 385 ayant donné $D = 367$ pour le poids d'un pied cube d'eau, si l'on substitue ces nombres dans la formule $r\,A\,D = m\,q$, on aura $\frac{4}{5} \times 1200 \times 367 = 75 \times 144 \times 144\,m$, & $m = \frac{2}{9}$ de pieds à l'endroit *y*. Donc, si sur l'horizontale T *y* on fait $TP = \frac{2}{9}$ de pieds, & qu'on tire la droite *z*P, les droites L I, paralleles à T P, donneront les épaisseurs absolues aux points *x* (§. 443).

448. On a introduit à force dans un ballon de cuir une certaine quantité d'air, qui a fait crever le ballon, & on ſait que le rayon du vuide intérieur de ce ballon eſt $r = \frac{1}{6}$ de pieds, ſon épaiſſeur $m = \frac{1}{144}$ de pieds & l'adhéſion abſolue du cuir eſt de 40 livres pour un point ſuperficiel, on cherche l'élaſticité de l'air, qui a fait crever le ballon.

Si on traite du fluide élaſtique renfermé dans un eſpace vuide ſphérique, on fera uſage de la formule (§. 437) $7200\, n\, r^2 = \overline{2\, r\, m + m^2} \times q$. Subſtituant les nombres donnés dans cette formule, & écrivant au lieu de q ſa valeur $40 \times 144 \times 144$, qui appartient à un pied ſuperficiel, on aura $7200\, n \times \frac{1}{36} = \overline{2 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{144} + \frac{1}{144 \times 144}} \times 40 \times 144 \times 144$, & opérant, on trouvera $n = 9\frac{4}{5}$, c'eſt-à-dire, que l'air renfermé dans un ballon ſera $9\frac{4}{5}$ de fois plus élaſtique que celui que nous reſpirons à la moyenne denſité.

On ſait que la plus grande élaſticité d'une quantité de poudre enflammée eſt $n = 1600$ fois celle de l'air, on cherche quelle doit être l'épaiſſeur $BH = m$, d'un cube de bronze KL, pour réſiſter dans l'état d'équilibre à la force de la ſusdite poudre, qui brûle dans un eſpace vuide cubique. On fera uſage de la formule $1800\, n\, BC = m\, q$ (§. 435), y ſubſtituant les nombres donnés; &

puisque le § 64 donne 450 livres pour l'adhésion d'un point superficiel de bronze, on aura $q = 450 \times 144 \times 144$ pour un pied superficiel. Donc en écrivant ces nombres dans la formule, on aura $1800 \times 1600 \times 1\frac{2}{5} = 450 \times 144 \times 144\, m$, & opérant on aura $m = \frac{3}{5}$ environ pour l'épaisseur cherchée

L'usage le plus étendu des formules trouvées pour les fluides élastiques, dans ce chapitre & dans le précédent, appartenant immédiatement à la théorie de l'artillerie, nous terminerons à présent cette matiere, pour la reprendre ensuite en son lieu.

CHAPITRE CINQUIEME.

De la pression de l'air, qui produit le mouvement actuel, ou le détruit.

449. Les problêmes, dont on traite dans ce chapitre, appartiennent exactement à l'hydrodynamique, on les résout à l'aide de ce qui a déjà été enseigné dans la dynamique & dans l'hydrostatique; on peut réduire ces problêmes aux quatres suivants.

1°. Déterminer la quantité de mouvement, que l'air par sa pression communique à un corps libre.

2°. Assigner la force, que l'air en mouvement exerce contre la surface des corps qu'il rencontre.

3°. Trouver la quantité de résistance, que l'air tranquille de l'athmosphere oppose aux corps qui y sont en mouvement.

4°. L'échelle des résistances de l'air sur les vitesses étant donnée, trouver l'échelle des vitesses sur les tems, & celle des espaces parcourus sur les mêmes tems, tant pour le mouvement d'impulsion d'un projectile, que pour celui de la pesanteur.

450. Pour commencer par la solution du premier problême, on suppose que K B C T représente un vuide cylindrique vertical, auquel on a adapté exactement un autre cylindre massif & homogene F E O, qui tient renfermé par son poids une quantité d'air condensé dans le vuide B C E F; la hauteur F O du cylindre F E O exprimera l'élasticité, avec laquelle l'air condensé en cet endroit, presse la base F E du susdit cylindre pour le faire monter; on marque la hauteur F O de F en M, perpendiculairement à la paroi B K. Supposons à présent qu'on leve la hauteur moyenne du cylindre F E O; comme le poids de la partie restante sera la moitié du premier poids, ainsi l'air par son élasticité élevera la moitié du cylindre jusqu'en G, & B G sera double de B F, dans l'hypothese que le nombre n, qui exprime la condensation de l'air, ne soit pas très-grand (§. 427). On marque du point G parallelement

Pl. 2. F. 10

à F M, G N égale à la moyenne hauteur F O du cylindre, elle exprimera l'élasticité de l'air dilaté jusqu'en G. On leve encore la moitié du cylindre moyen, qui tient l'air renfermé; la partie restante pesera le $\frac{1}{4}$ du cylindre entier, l'air enfermé élevera par son élasticité ce poids jusqu'en H, & B H sera quadruple de B F. On tire du point H à la droite F M, la parallele H P égale à $\frac{FO}{4}$, pour exprimer l'élasticité de l'air dilaté jusqu'en H. Si on continue à lever encore la moitié du cylindre restée, le reste sera élevé en K, & on aura B K double de B H, ou octuple de B F, & faisant la perpendiculaire $KQ = \frac{FO}{8}$, elle exprimera l'élasticité de l'air dilaté jusqu'en H, &c.

Si on fait passer une ligne par les points M, N, P, Q, elle sera l'échelle des pressions, que l'air renfermé exerce contre la base du cylindre F E O, pour le faire monter à mesure qu'il diminue de poids. Pour peu qu'on fasse attention à la construction de cette échelle, on s'appercevra dabord quelle est l'hyperbole équilatere, dont la paroi B K du vuide cylindrique K B C T est une asymptote & le point B le centre de l'hyperbole.

451. Si l'on joint au vuide cylindrique K B C T, une capacité R xy d'une grandeur quelconque, que cette figure communique avec le vuide cylindrique au moyen du trou R, & que dans le

vuide FB $x\,y$ C E l'air ſe trouve condenſé par le cylindre F E O, ſi on vient à trouver la hauteur de ce cylindre à différentes repriſes, la partie reſtante ſera élevée de maniere, que la capacité, qui retiendra l'air, ſera à la capacité premiere, réciproquement comme la hauteur entiere F E O, eſt à la hauteur du cylindre qui reſte; c'eſt pourquoi, ſi on continue à faire les ordonnées F M, G N, &c. égales chacune à la hauteur du cylindte correſpondant, l'échelle M N P Q des preſſions ſera toutes fois une hyperbole équilatere, dont B K eſt une aſymptote, & la différence, qui ſe rencontrera en comparant cette hyberbole avec celle qu'on a dans le paragraphe précédent, conſiſtera en ce que

1°. Le point B ne ſera plus le centre de l'hyperbole.

2°. Qu'en établiſſant dès le commencement l'air également denſe dans les deux cas, ſon élaſticité ſera certainement exprimée par la même ordonnée F M, mais les autres ordonnées G N, H P, K Q &c. feront plus grandes dans le cas préſent, que celles qu'on obtient dans les circonſtances du paragraphe précédent.

452. Si après la condenſation de l'air à l'endroit F B $x\,y$ C E par le cylindre F E O, on ſuppoſe qu'on coupe une partie G I O de ce cylindre, telle que la hauteur F G, du cylindre re-

ſtant F E I G, ſoit moindre que la derniere ordonnée K Q, ce reſte ſera chaſſé hors du vuide K B C T par l'élaſticité de l'air, & ſon mouvement ſera produit par la ſomme des preſſions exprimée par la ſuperficie F M N P Q K.

La réſiſtance que le ſolide F E I G oppoſe aux preſſions inſtantanées de l'air renfermé, étant exprimée par ſa hauteur F G, ſi on fait F L = F G, & que du point L on tire L z parallele à B K, L z ſera l'échelle de cette réſiſtance conſtante. Enfin ſi nous ſuppoſons que F G = F L, ſoit = $\frac{2}{3}$ F E, le cylindre F E I G ſera égal à une ſphere du diametre F E; il ſuit delà que le mouvement que l'air renfermé communiquera par ſon élaſticité à ce cylindre, ſera égal au mouvement que recevra la ſphere du diametre F E.

Ceci eſt le cas des balles chaſſées par le fuſil à vent, lorsqu'elles s'adaptent exactement dans le canon. Voyons donc comment on trouve la viteſſe initiale de ces balles.

453. Si on fait attention à la maniere, dont ont été conſtruites les échelles L z, M N P Q, on verra que cette maniere eſt la même, que celle portée aux §. 304, 305, & par conſéquent que la viteſſe avec laquelle la balle ſort du fuſil, doit être exprimée par $\sqrt{\frac{38\,FMNPQK}{FL}}$, lorsqu'elle eſt tirée dans une direction horizontale; mais la

viteſſe initiale ſera exprimée par

$\sqrt{\frac{38 FMNPQK \pm 38 FLzK}{FL}}$ (§. 306), ſelon qu'on tirera le fuſil dans une direction verticale de haut en bas, ou de bas en haut.

Conſidérons pour plus grande ſimplicité le cas du tir horizontal, & ſuppoſons que la capacité connue $FBxyCE$, contienne une quantité d'air renfermé, n de fois auſſi élaſtique que celui de la moyenne denſité; il eſt néceſſaire, pour avoir la viteſſe initiale, de chercher la valeur de la ſuperficie FMNPQK. On nomme $2r$ le diametre de la balle, c ſa circonférence, la preſſion de l'air contre la balle ſera égale à celle qu'il exerce contre une ſuperficie $= \frac{rc}{2}$ (§. 436). On écrit dans la formule $7200 nS$ (§. 430), aulieu de S, ſa valeur $\frac{cr}{2}$, & $3600 nrc$, ſera la preſſion, que l'air renfermé dans le fuſil à vent déploie contre la balle à l'endroit F, où nous la ſuppoſons placée, avant qu'on ait touché la détente du fuſil qui fait ſortir l'air, & preſſe contre la balle.

La réſiſtance, que la balle oppoſe par ſon inertie, ſera exprimée par ſon poids $= \frac{cr}{2} \times \frac{4rD}{3} = \frac{2cr^2D}{3}$, ajoutant D pour le poids d'un pied cube de même matiere que la balle (§. 385), nous aurons donc $\frac{2cr^2D}{3} : 3600 ncr :: FL : FM ::$

$\frac{4r}{3}$: F M ; ainsi F M sera $= \frac{7200\,n}{D}$ quantité connue, en suppofant la valeur de n donnée.

On peut encore avoir la valeur de F M d'une autre maniere ; il suffit pour cela de trouver (§. 425) la hauteur A d'un barometre conftruit avec une même matiere que la balle, & multiplier cette hauteur par l'élafticité de l'air renfermé $= n$, parce que le produit n A, donne la valeur cherchée de F M.

Ayant trouvé la valeur de F M par une des manieres expliquées, on trouvera par l'analogie (§. 451), la valeur des autres ordonnées G N, H P, K Q, & on décrira avec elles l'hyperbole M N P Q; ce qui donnera le trapeze hyperbolique F M N P Q K, & l'on aura par conféquent la valeur de la viteffe initiale cherchée V =

$$\sqrt{\frac{38\,FMNPQK}{FL}}$$

On doit obferver ici que la viteffe initiale eft un peu moindre dans la pratique que celle qu'on vient de trouver; parce que, comme il eft néceffaire, que le canon ait un diametre qui excede un tant foit peu celui de la balle, pour pouvoir le parcourir aifément, il arrive qu'une partie de l'air renfermé s'échappe par l'intervalle produit par la différence des deux diametres, ce qui fait que la fomme des preffions que l'air exerce contre la balle, fe trouve au-deffous de celle qui eft affignée.

454. Pour exprimer d'une maniere plus générale la formule de la viteſſe initiale V = $\sqrt{\frac{38\,FMNPQK}{FL}}$, on nomme D la denſité de la balle, $\frac{7200\,n}{D}$ exprimera la longueur abſolue de la premiere ordonnée FM, & nommant $2r$ le diametre FE de la balle, on aura FL = $\frac{2}{3}$ FE = $\frac{4r}{3}$; & enfin, ſi on nomme = l la longueur FK du canon, de l'endroit F, où ſe place la balle, juſqu'à la bouche K; p exprimera la proportion entre la ſurface FMNPQK, & le rectangle FM × FK; ſubſtituant toutes ces valeurs dans la formule, nous aurons V = $\sqrt{\frac{\frac{38 \times 7200\,n \times p\,l}{D}}{\frac{4r}{3}}} = \sqrt{\frac{205200\,n\,p\,l}{r\,D}}$ pour le tir horizontal.

Si aulieu de $\frac{7200\,n}{D}$, on écrit l'autre valeur de FM = nA (§. 453), on aura $\sqrt{\frac{38 \times n\,A\ p\,l}{\frac{4r}{3}}} = \sqrt{\frac{57\,n\,A\,p\,l}{2r}}$, autre formule pour la viteſſe initiale dans le tir horizontal.

Si on veut enſuite la formule pour ces viteſſes dans les tirs verticaux de haut en bas, & de bas

en haut, il suffira aulieu de $\frac{FLzK}{FL}$, d'écrire son égale 38 l, & on aura $V = \sqrt{\frac{57 n A p l \pm 38 l}{2r}}$.

Enfin si l'on a = b pour le sinus droit que la direction du tir forme avec l'horizon, on aura $\frac{FLzK}{FL} = \frac{38hl}{\mathit{sin.\ tot.}}$, & ayant substitué ces valeurs dans la formule $\sqrt{\frac{38 FMNPQK \pm 38 FLzK}{FL}}$, on aura $V = \sqrt{\frac{57 n A p l \pm}{2r} \frac{38 bl}{\mathit{sin.\ tot.}}}$ pour la vitesse initiale pour le tir sous toutes sortes de directions.

455. L'air de l'athmosphere en mouvement, qu'on nomme *le vent*, développe, comme tout le monde sait, une plus grande force, à mesure qu'il va plus vite.

On emploie cette force dans les pays qui manquent d'eau, pour mettre différentes machines en mouvement, telles que les moulins, les scies &c.

On fait aussi servir la même force sur mer pour pousser & faire cheminer les vaisseaux; on déploie à cet effet une ou plusieurs voiles.

La force du vent est aussi de la nature des pressions; on l'exprime avec un poids. Pour déterminer la proportion, dans laquelle se fait cette pression, il convient d'observer que l'action du vent contre une surface dépend de sa vitesse, &

du nombre des particules d'air, qui choquent; & comme ce nombre eſt plus grand dans un tems déterminé, à meſure que le vent ſe meut plus vite, ce nombre doit être proportionnel au quarré de la viteſſe. C'eſt pourquoi, ſi on nomme u la viteſſe du vent, S la ſurface frappée, D la denſité de l'air, la preſſion que le vent exerce contre cette ſurface, ſera proportionnelle au produit u^2 S D.

Il réſulte de l'expérience, que la preſſion du vent contre une ſurface S, eſt égale au poids d'une colonne d'air de la denſité D, dont la baſe = S, & la hauteur = $\frac{u^2}{38}$. Le produit $\frac{u^2 SD}{38}$ exprime donc cette preſſion en poids, qui a été tant cherchée dans le ſecond problême enſeigné (§. 449).

456. Pour réſoudre le troiſieme problême (§. 449), il eſt néceſſaire de faire attention que la formule $\frac{u^2 SD}{38}$, qui exprime la preſſion du vent contre une ſurface, doit auſſi ſervir pour exprimer en poids la réſiſtance que les particules d'air tranquille, d'une denſité D oppoſent à un corps par leur inertie, & qui étant en mouvement avec la viteſſe = u, préſente à l'air une ſurface = S. Cette réſiſtance cependant n'eſt pas la ſeule que le corps rencontre dans ſon mouvement: car il doit, pour traverſer l'athmoſphere, non ſeulement faire

faire mouvoir les particules d'air, qu'il rencontre; mais encore les séparer, en forçant pour cela l'adhésion absolue, qui regne entr'elles. Si cette adhésion pour un pied superficiel de la densité D de l'air s'exprime avec le poids = A, on aura A D S pour la résistance, que le même corps rencontre à raison de l'adhésion citée; il suit que si on nomme p la somme des deux résistances mentionnées, la résistance instantanée de l'air sera

$$p = \mathrm{S\,D} \times \overline{\frac{u^2}{38} + \mathrm{A}}.$$

Pour appliquer cette formule aux projectiles de l'artillerie de figure sphérique, on observe, que la résistance de l'air a seulement lieu contre la superficie moyenne de la sphere, & que la pression, qui se fait contre une hémisphere, est égale à celle que soutient perpendiculairement un cercle de même diametre que la sphere (§. 436). Donc, si on nomme $2r$ le diametre d'une balle ou d'une bombe, c sa circonférence, $\frac{rc}{2}$ sera la surface contre laquelle l'air résiste; d'où il suit, qu'écrivant cette valeur de S dans la formule, & considérant la densité de l'air permanente & égale à celle de la moyenne pression, on aura D $= \frac{11}{24}$ de livres (§. 385), & ainsi tous ces nombres substitués, on aura $p = \frac{11rc}{48} \times \overline{\frac{u^2}{38} + \mathrm{A}}$ pour la rési-

ftance inftantanée de l'air, contre les projectiles de figure fphérique.

Si $r = \frac{1}{6}$ de pied, on aura $c = \frac{22}{21}$ de pieds, & ayant fuppofé $u = 100$ pieds, & le réfultat d'une expérience quelconque ayant donné $A = \frac{1}{48}$ de livres, on aura $p = \frac{11 \times \frac{1}{6} \times \frac{22}{21}}{48} \times \overline{\frac{10000}{38} + \frac{1}{48}}$ = 10 livres $\frac{1}{2}$ environ.

457. La formule du paragraphe précédent fert pour les mouvements lents, mais quand on traite d'un mouvement rapide, comme alors l'air fe condenfe fenfiblement devant le projectile, & que fouvent il doit foutenir encore le poids de l'athmofphere, parce qu'il fe forme un vuide derriere lui, alors on doit ajouter encore une autre quantité à la formule trouvée, pour la faire fervir aux mouvements rapides.

Pour examiner plus particuliérement ces deux réfiftances, on obferve que la hauteur d'une colonne d'air, dont la denfité étant la même fur toute fon étendue, fe met en équilibre avec l'athmofphere, eft de 15670 pieds (§. 419); ainfi, fi aulieu de S dans la formule $u = \sqrt{38\,S}$ (§. 283) on écrit la hauteur fusdite, on aura $u = \sqrt{38 \times 15670} = 772$ pieds environ pour la viteffe, avec laquelle l'air de l'athmofphere fe précipite, & fe détend dans un efpace vuide. On comprend facilement à l'aide de cette réflexion :

1°. Que, quand la viteſſe du boulet eſt grande, les particules d'air n'ont pas aſſez de tems pour ſe défiler du boulet, ce qui produit néceſſairement une condenſation dans l'air qui croît à meſure que le mouvement eſt plus rapide.

2°. Que, quand le boulet ſe mouvant dans la direction H K, de H vers K, à une viteſſe plus grande que 772 pieds, l'air na pas aſſez de tems pour s'étendre & occuper toute la partie poſtérieure B H G du boulet, doù il ſe forme derriere lui un vuide de figure conoïdale C L F H, dont la baſe eſt une portion C H F de la ſuperficie du projectile, & cette baſe augmente, à meſure que la viteſſe du projectile ſurpaſſe d'autant plus 772 pieds; cette baſe cependant ne peut jamais croître au point d'égaliſer la demi - ſuperficie ſphérique B H G, parce qu'il faut pour cela une viteſſe infinie dans le projectile. Pl. 2. F. 11

3°. Puisque la preſſion de l'athmoſphere eſt égale au poids de 7200 S de livres (§. 424), & que la lettre S dans cette expreſſion déſigne la baſe du diametre C F dans le vuide conoïdal C L F, la réſiſtance produite à raiſon du vuide, qui eſt derriere, doit auſſi être variable, & croître ou décroître, ſelon que le mouvement du projectile s'accélere ou ſe retarde, & cette réſiſtance ceſſera néceſſairement dans le mouvement retardé, lorsque la viteſſe, qui d'abord ſurpaſſoit 772 pieds,

terme $\frac{A}{u}$, comme une quantité extrêmement petite relativement aux deux autres termes, on aura $\frac{11}{32rD} \times \sqrt{\frac{u}{38} + \frac{u^3}{2525000}}$; expreſſion qui fournit quelques théorêmes.

Par exemple, ſi deux boulets également denſes viennent à ſe mouvoir avec la même viteſſe, l'énergie de la réſiſtance que rencontreront ces boulets, ſera dans la raiſon réciproque de leur diametre.

Si les diametres & la viteſſe des ſpheres ſont égales, l'énergie de la réſiſtance ſera dans la raiſon réciproque des denſités; & ſi ces deux choſes ſont différentes, cette énergie ſera dans la raiſon composée des denſités & des diamètres. Donc l'énergie de la réſiſtance de l'air contre un boulet de bois d'orme de $\frac{1}{3}$ de pied de diametre, eſt à la force de l'air contre un boulet de plomb de $\frac{3}{4}$ de pied de diametre, qui ſe meut avec la même viteſſe, réciproquement comme $\frac{3}{4} \times 9060$: $\frac{1}{3} \times 480$ :: 6795 : 160 :: 1359 : 32. Mais ſi les viteſſes varient, il ſuffira de ſubſtituer les nombres donnés dans l'expreſſion $\frac{11}{32rD} \times \sqrt{\frac{u}{38} + \frac{u^3}{2525000}}$, & l'on aura la proportion de l'énergie, dont on parle.

460. Il reſte, pour terminer, à réſoudre le qua-

trieme problême (§. 449); nous changerons pour cela la formule générale (§. 458) en cette autre réguliere, $hp = u^4 + gu^2 + K$. Cela posé, si on suppose, que la ligne FMND, soit l'échelle des vitesses BF, GM, HN, sur les tems BG, BH, dans le mouvement d'impulsion retardé; comme la vitesse u, diminue à mesure que le tems t augmente, & que la courbe tourne sa convexité vers la directrice BH, il s'en suit que la fluxion du, doit avoir le signe négatif, & que l'expression générale pour la pression instantanée (§.290), doit avoir cette forme $p = -\frac{du}{dt}$. Si on substitue cette valeur de p dans la formule réguliere pour la résistance de l'air, on aura $u^4 + gu^2 + K = -\frac{hdu}{dt}$, & intégrant, on aura $t = \int \frac{-hdu}{u^4 + gu^2 + K}$, équation pour l'échelle FMND. Pl. 2. F. 12.

Si du point F on tire la droite FL parallele à BH, comme BF désigne la vitesse initiale, les droites KM, LN, exprimeront les parties de cette vitesse initiale détruite près les tems BG, BH, & les ordonnées GM, HN, seront les vitesses restantes au projectile après les dits tems.

On doit remarquer ici:

1°. Que l'échelle FMND donne seulement les rapports, & que pour déterminer la quantité ab-

folue des viteffes reftantes, il eft néceffaire de faire quelques expériences convenables.

2°. Que le point R, où la courbe touche la directrice, détermine le tems BR, après lequel le mouvement d'impulfion eft tout-à-fait détruit par la réfiftance de l'air.

461. Si l'on tire de l'équation trouvée pour l'échelle des viteffes fur les tems, la valeur de u, & qu'on la fubftitue dans la formule $u = \frac{dS}{dt}$ (§. 270), on aura une autre équation différentielle, qui intégrée donnera l'échelle des efpaces parcourus fur les mêmes tems, comme on l'a déjà vu au chapitre quatrieme de la dynamique.

Comme les expreffions à manier dans le cas préfent font entr'autres très-compliquées, & ne font point intégrables, on pourra employer une autre maniere plus aifée, pour avoir les efpaces cherchés par approximation.

Pour cela on obferve, que l'efpace, parcouru d'un mouvement retardé dans le tems BG, doit être proportionnel à la fomme des viteffes reftantes, & que cette fomme eft exprimée par le mixtiligne BFMG, par la même raifon que l'efpace parcouru d'un mouvement retardé dans le tems BH, doit être proportionnel au mixtiligne BFMNH, & ainfi de fuite. Donc les aires BFMG, BFMNH, font autant de proportionnelles aux efpaces parcourus dans les tems BG, BH, & les rectangles BFKG, BFLH défignent les efpaces

proportionnels, qui feroient parcourus dans les dits tems, fi l'air ne réfiftoit pas; & finalement les mixtilignes F K M; F L M N, expriment la proportion des efpaces, qui ceffent d'être parcourus dans ces tems à caufe de la réfiftance de l'air.

462. Si on emploie une méthode femblable à celle qui eft enfeignée (§. 460, 461) pour le mouvement uniformement accéléré de la pefanteur, dont B F L exprime l'échelle des viteffes G F, H L, fur le tems B G, B H, on trouvera l'échelle B K M des viteffes reftantes G K, H M, lorsque l'air réfifte fenfiblement à ce mouvement, & les mixtilignes B K G, B K M H, donneront les rapports Pl. 2. F. 13 des efpaces parcourus dans ce mouvement inégalement accéléré. Il fera néceffaire enfuite de déterminer par l'expérience la quantité abfolue de ces efpaces.

463. Après avoir trouvé les échelles pour chacun des mouvements fimples de pefanteur & d'impulfion qu'on vient d'enfeigner, on les combinera enfemble d'après les regles de dynamique données, on aura par-là les trajectoires particulieres de l'artillerie, & on réfoudra tous les problêmes, qui en dépendent.

On voit clairement par ce qui a été dit jufqu'à préfent, que c'eft battre une route très-pénible & très-longue, & fans efpérance d'arriver aux

plus grandes approximations des forces, que de vouloir déterminer la théorie des trajectoires de l'artillerie, en se servant de la methode inverse des forces; & qu'on en viendra plus aisément à bout, en employant la méthode directe des forces expliquée dans le sixieme chapitre de la dynamique.

DES MACHINES DE MECHANIQUE.

464. Nous avons tâché d'appliquer les regles de la théorie sur les propriétés, les loix du mouvement, & sur l'équilibre des corps expliquées jusqu'ici, à mesurer quelques-uns des principaux effets, que la nature produit d'elle même, ainsi que les autres effets, auxquels le concours des hommes a part, abstraction faite de tout secours étranger; il reste à présent à développer dans ce dernier traité de nos *Instructions physico-méchaniques*, les moyens & les méthodes pratiques pour rendre la science, qui a été enseignée, beaucoup plus utile & plus commode.

Ces moyens & ces méthodes consistent dans l'usage & la formation de certaines machines, capables de communiquer l'action d'une puissan-

ce à un corps. Ces machines font propres & particulieres aux fciences méchaniques, & il eft néceffaire, pour en obtenir les avantages & les commodités que l'on recherche, de fe fervir de ces machines, de la même maniere que le compas, la regle, l'équerre & le demi-cercle font des inftruments propres & néceffaires à la géométrie, pour rendre utiles dans la pratique les théorêmes de cette fcience; & auffi comme le barometre & la machine pneumatique fervent en phyfique, pour mefurer les effets produits par la preffion & par l'élafticité de l'air.

465. On nomme *méchanique pratique* la fcience, qui traite de la maniere d'employer des forces connues, pour produire un effet propofé à l'aide de quelque machine, & qui enfeigne les différentes manieres de modifier avec ces inftruments l'action d'une puiffance donnée, ou la quantité d'un effet connu.

Quelques-unes des machines de méchanique appartiennent à la ftatique, d'autres à la dynamique, d'autres à l'hydroftatique, d'autres à l'hydraulique, & d'autres enfin fe rapportent à deux ou plufieurs de ces fciences décrites.

466. On diftingue les machines de méchanique en *fimples* & *compofées*. Les premieres font pour ainfi dire des éléments, qui, raffemblés de différentes manieres, fervent à former un nombre infini des fecondes.

467. On doit dans chaque machine confidérer cinq chofes: la puiffance, la réfiftance, le point d'appui, autrement dit le centre de mouvement, la viteffe de la puiffance & de la réfiftance, ou bien les efpaces qu'elles parcourent, & finalement les directions dans lesquelles ces forces agiffent.

468. On emploie la puiffance dans une machine, pour communiquer le mouvement, ou pour foutenir dans l'état d'équilibre la réfiftance appliquée à la même machine.

Les puiffances employées pour de tels effets font de la nature des preffions; comme qui diroit, la pefanteur, la force des corps élaftiques, l'action de l'air, de l'eau, de la fumée, des animaux &c. (§. 132).

469. La réfiftance employée dans une machine eft auffi de la nature des preffions, & s'exprime par conféquent avec un poids, elle tend à rallentir ou à détruire le mouvement que la puiffance communique à la machine.

470. Le point d'appui ou le centre de mouvement eft cette partie de la machine, autour de laquelle les autres parties font en mouvement; telles font le pivot des balances, des poulies, & du tour, l'axe d'une fphere & d'une roue, la partie des roues de chariot, qui appuie effectivement fur terre, les gonds des portes, & de beaucoup d'autres machines &c.

471. La direction de la puissance & de la résistance est cette ligne droite, selon laquelle l'une de ces forces agit pour vaincre l'effort de l'autre, ou pour y résister.

472. On distingue les vitesses de la résistance & de la puissance en *relatives* & *absolues*.

On nomme vitesse relative celle qui a lieu dans les deux forces désignées, aussitôt qu'il s'imprime quelque mouvement autour du centre d'équilibre de la machine On nomme communément ces vitesses *virtuelles*, & on les considere dans l'état d'équilibre comme de simples dispositions de la puissance, & de la résistance à recevoir ces vitesses, au moment que ces deux forces tournent autour de leur centre de mouvement.

Les vitesses absolues sont celles qui font parcourir à la puissance & à la résistance un certain espace d'un mouvement uniforme dans un tems déterminé. On voit delà, que ces vitesses sont proportionnelles aux espaces parcourus (§. 247, 248, 249).

473. De ce que la puissance communique tantôt du mouvement à la machine, & tantôt soutient seulement la résistance dans l'état d'équilibre (§. 468), il s'ensuit que tout le traité des machines se réduit aux deux problêmes suivants:

1°. Déterminer dans une machine la proportion entre la puissance & la résistance dans l'état

d'équilibre, ou ce qui eſt la même choſe, propoſer de ſpécifier la nature des machines.

2°. Déterminer la proportion entre la puiſſance & la réſiſtance, pour que la machine puiſſe ſe mouvoir avec une viteſſe capable de produire le plus grand effet.

Le problême de la premiere eſpece ſe trouve réſolu dans la plus grande partie des livres de méchanique anciens & modernes; mais on ne trouve celui de la ſeconde eſpece que chez un petit nombre de modernes, où il eſt traité ſuccinctement.

Nous donnerons la ſolution du premier problême dans les deux premiers chapitres, & nous traiterons de la ſolution du ſecond dans le cinquieme chapitre.

Pour faciliter enſuite aux commençants l'intelligence de cette théorie, nous conſidérerons les machines des deux premiers chapitres, comme ſi elles étoient ſans poids & ſans maſſe, & nous examinerons dans le troiſieme chapitre les altérations, que les qualités phyſiques de la matiere y produiſent.



CHAPITRE PREMIER.

Des machines ſimples.

474. On veut communément, que les machines ſimples ou élémentaires ſoient au nombre de ſix, c'eſt-à-dire, le *levier*, la *poulie*, le *tour*, le *plan incliné*, le *coin* & la *vis*; on peut au reſte réduire aiſément ces ſix machines à deux ſeules, c'eſt-à-dire, le levier, & le plan incliné, parce que la poulie & le tour forment une eſpece de levier, qui tourne autour d'un point fixe, & le coin & la vis ne ſont autre choſe qu'un plan incliné appliqué à différents uſages.

475. Comme les réſiſtances employées dans les machines de la méchanique ſont de la nature des preſſions (§. 469); il s'enſuit qu'elles ſont comparables aux puiſſances, & que la théorie démontrée au ſecond chapitre de la ſtatique pour deux puiſſances, qui agiſſent à l'aide d'un levier, peut s'appliquer au cas où l'on emploie dans cette machine les réſiſtances déſignées; il ſuffit de ſubſtituer dans cette théorie le nom de réſiſtance à l'une des deux puiſſances.

476. Les principales propriétés du levier démontrées à ce ſecond chapitre, lorſque la puiſſance eſt en équilibre avec la réſiſtance ſont les ſuivantes :

1°. Que la puiſſance P eſt à la réſiſtance R, dans la raiſon réciproque des diſtances reſpe-
Pl. 3. F. 1. ctives GP, CR, lorſque les directions dans leſquelles ces forces agiſſent, ſont paralleles entr'elles.

2°. Que les moments CP×P, CR×R ſont égaux entr'eux, ce qui donne un moyen facile de faire équilibre avec une très-petite puiſſance à une réſiſtance donnée. Il ſuffit pour cela d'augmenter la longueur CP du levier, à meſure que la puiſſance P eſt plus petite.

3°. Que le point d'appui C ſoutienne un poids égal à la ſomme P + R de la puiſſance & de la réſiſtance.

4°. Que ſi les deux directions P *p*, R *r*, dans leſquelles les deux forces agiſſent, ſont obliques entr'elles, ces forces ſeront dans la raiſon réci-
Pl. 3. F. 2. proque des perpendiculaires C *p*, C *r* tirées du point d'appui C ſur ces directions; on exprimera les moments égaux de ces deux forces par le produit de la puiſſance & de la réſiſtance avec la perpendiculaire correſpondante, c'eſt-à-dire P×C*p*, R×C*r*; & faiſant le parallélogramme des forces A B D F (§. 162), on verra que le poids ſoutenu par l'appui C eſt à la ſomme P + R, comme la diagonale A F de ce parallélogramme eſt à la ſomme des deux côtés A B, A D, qui expriment la puiſſance & la réſiſtance.

5°. Que

5°. Que l'on obtient la plus grande action de la puissance & de la résistance, quand leur direction est perpendiculaire au levier, & que cette action diminue, à mesure que l'angle des directions s'éloigne de l'angle droit; ensorte que si cet angle devient nul, l'action du levier n'a plus lieu, & alors les effets exercés par la puissance & par la résistance sont dans la proportion de ces deux forces (§. 154).

Nous ajouterons aux propriétés connues du levier quelques autres théorêmes, en les présentant sous un point de vue commun à toutes les machines, pour servir aux étudiants de regle générale, capable de spécifier avec facilité la nature de toute autre machine de méchanique quelconque, c'est-à-dire, pour trouver la proportion entre la puissance & la résistance (§473 num 1).

477. Si la puissance P appliquée au levier PR est en équilibre avec la résistance R, & qu'on fasse tourner la machine au tour du point fixe C, je dis, que les espaces parcourus dans le même tems par chaque force, selon la direction dans laquelle elle agit, seront dans la raison réciproque des mêmes forces, & que les produits de chaque force par l'espace correspondant parcouru, seront égaux entr'eux.

Supposons pour plus grande simplicité, que les directions, dans lesquelles les deux forces

agissent, soient perpendiculaires au levier, & posant que cette machine, en tournant autour du point C, passe à la position M Q, il est clair, que les arcs P M, Q R, décrits dans ce mouvement par les deux forces, exprimeront les espaces parcourus dans le même tems. On sait par la géométrie, que ces arcs sont proportionnels aux rayons correspondants, c'est-à-dire, C R : C P :: R Q : P M ; mais on a dans l'état d'équilibre du levier (§. 147, 148), P : R :: C R : C P, donc on aura encore P : R :: R Q : P M, & par conséquent P × P M = R × R Q.

478. Si l'on fait attention que les mouvements P M, R Q sont de la même nature, & sont en tout & partout analogues entr'eux, on voit aussitôt, que les vitesses, qui en dépendent, sont proportionnelles aux espaces P M, R Q, parcourus dans le même tems. On déduit delà, que dans le levier la puissance est à la résistance dans la proportion réciproque de la vitesse virtuelle ou de la vitesse absolue, & que les produits de chaque force par sa vitesse sont aussi égaux.

On nomme p la vitesse de la puissance, r la vitesse de la résistance ; on aura $P\,p = R\,r$; supposons à présent, que la puissance P, & sa vitesse p soient déterminées, on voit que dans ces circonstances l'effet du levier consistera dans la possibilité d'augmenter ou de diminuer la résistance R;

pourvu que le produit R *r* ne change point dans la diminution ou dans l'augmentation de la vitesse *r*. On déduit delà, que, si une puissance agit à l'aide d'un levier, l'effet de cette puissance dans un tems donné est toujours le même, quelle que soit la proportion entre la longueur du levier, & celle du contre-levier : d'où on tire la regle suivante : *on perd en vitesse dans le levier, ce qu'on gagne en force, & au contraire.*

479. La différente position du point d'appui relativement à la puissance & à la résistance, présente trois especes de levier.

Lorsque le point d'appui C se trouve entre la puissance P & la résistance R, le levier se nomme du *premier genre.* La puissance peut être dans ce levier moindre, égale, ou plus grande que la résistance. Pl. 3. F. 3.

Le levier de fer appellé pied de chevre, la balance, la romaine, autrement dit le peson, l'instrument appellé col de grue, le triqueballe de l'artillerie, la bascule des ponts-levis, sont autant de leviers du premier genre : les tenailles, les presses & les ciseaux sont des leviers du premier genre assemblés ; on réduit aussi au premier genre le levier, dont se servent les artilleurs pour élever les canons à de très-petites hauteurs, en se servant aussi de la petite échelle *), ce qui

*) C'est sans doute ce que nous appellons *chevrette.*

donne la facilité de donner différents points d'appui, pour élever les canons en agissant à différentes reprises.

On nomme levier du *second genre* celui, où la résistance R se trouve entre la puissance P & le point d'appui C. La puissance est toujours dans cette espece de levier plus grande que la résistance. Les pincettes, qu'on emploie dans les foyers, sont des leviers du *troisieme genre*.

Pl. 3. F. 5.

480. On a démontré (§. 477), que dans le levier la puissance & la résistance sont entr'eux dans la raison réciproque des espaces respectifs parcourus dans le même tems, suivant la direction propre dans laquelle chaque force agit; & on a fait voir (§. 478), que plus l'on gagne en force dans cette machine, plus on perd en vitesse; ensorte que l'effet, qu'une puissance donnée peut produire dans un tems déterminé, est toujours le même, quelle que soit la proportion entre les deux forces ou entre les parties du levier; or comme ces deux théorêmes ont aussi lieu pour toute autre machine, & que le premier fournit un principe général, pour en détailler aisément l'espece, nous nous servirons de cette théorie pour déterminer la proportion entre la puissance & la résistance, & on fera aussi observer, que tout ce qu'on gagne en force dans une machine quelconque, on le perd en vitesse, & au contraire.

481. La poulie ou roulette B H D eſt un ſolide très-court de matiere ſolide, qui tourne autour d'un pivot C, qui paſſe par ſon axe. La ſuperficie de ce cylindre eſt creuſée de maniere à pouvoir y mettre une corde F B H D P ; à une des extrêmités eſt appliquée la puiſſance P, & à l'autre la réſiſtance ou le poids R, qu'on veut élever. Cette machine peut être *fixe*, ou *mobile*. Pl. 3. F. 6.

Il s'agit dans cette figure de la poulie fixée en haut par un cloud M : pour connoître dans ce cas la proportion entre la puiſſance & la réſiſtance, on meſurera les eſpaces, que ces deux forces parcourent dans le même tems (§. 480) ; pour cela on tire les lignes horizontales P F, R G, ſi l'on conçoit que la ligne D P ſoit d'à plomb & ſoit prolongée juſqu'en G, on aura le parallélogramme rectangle R F P G avec les côtés égaux R F, P G. Si on ſuppoſe dans ces circonſtances, que la puiſſance P deſcende juſqu'en G, pour parcourir l'eſpace P G, la réſiſtance R montera néceſſairement en F, & parcourra dans le même tems l'eſpace R F = P G. On conclut delà (§. 480), que dans la poulie fixe la puiſſance eſt égale à la réſiſtance.

Pour démontrer d'une autre matiere la propriété de la poulie fixe, du centre C aux points B, D, où la corde quitte la circonférence de la poulie, on tire les rayons B C, D C ; on aura un levier

B C D du premier genre; parce que la corde, en passant sur la poulie en H, fait le même effet que si elle étoit divisée en deux parties B R, D P, & que B R fut attaché à l'extrêmité B du levier, & la partie D P à l'extrêmité D du même levier; mais les parties B C, D C de ce levier, qui sont autour du point d'appui C, sont égales entr'elles comme rayons du même cercle: donc la puissance & la résistance seront aussi égales entr'elles dans l'état d'équilibre.

Cette vérité a pareillement lieu, quand même la direction P D ne seroit point parallele à B R, mais oblique comme K Q, puisque K Q exprimant la tangente du cercle B H D au point K, où la corde quitte la poulie, est toujours perpendiculaire au rayon C K; d'où il suit qu'il n'arrive pas d'autre changement dans ces circonstances, si non que le levier B C D, qui étoit droit auparavant, devient le levier B C K plié au point d'appui C.

482. On voit par tout ce qui a été dit, que la poulie fixe conserve à la puissance la même énergie, sans jamais l'augmenter ni la diminuer, & qu'il n'arrive d'autre variation à cette force, que dans le changement de direction. C'est cette propriété qui rend la poulie fixe d'un si grand usage dans la pratique.

483. Soit nouée au haut du clou M l'extrémi-

té de la corde M B H D P, qui paſſe deſſous la poulie B H D, & eſt retenue à l'autre extrêmité par la puiſſance P, qui tire de bas en haut vers V dans la direction verticale D P, le poids R attaché à la chappe C N de la poulie ; on aura la poulie mobile, dans laquelle la puiſſance P dans l'état d'équilibre, ſera la moitié de la réſiſtance R. Pl. 3. F. 7.

Pour démontrer cette propoſition, on tire les horizontales B D, F G ; comme les deux bouts de corde B F, D G ſont verticaux, B F D G ſera un parallélogramme rectangle, dont les côtés B F, D G ſeront égaux entr'eux Suppoſons, que la puiſſance P faſſe monter la poulie au point que ſon centre C arrive au point K, la verticale C K ſera l'eſpace parcouru par la réſiſtance R, & B F + G D ſera la corde tirée par la puiſſance P, qui exprime l'eſpace parcouru dans le même tems par cette force, mais C K eſt la moitié de BF + GD, dont la puiſſance ſera auſſi la moitié de la réſiſtance (§. 480).

Il ſe préſente une autre démonſtration, en conſidérant ſeulement que comme les deux brins de corde P D, M B ont néceſſairement la même tenſion, la puiſſance ne doit ſoutenir que la moitié de la réſiſtance, l'autre moitié étant ſoutenue par le bout de corde M B noué au cloud M.

Si on veut démontrer cette propoſition d'une autre maniere, on obſerve que la droite B C D

représente un levier du second genre, auquel B sert de point d'appui, & la puissance P tire de bas en haut dans une direction D P parallele à l'autre direction C R du poids R : puisque la droite R C exprime dans ce levier le rayon du cercle B H D, & que B D en exprime le diametre, la puissance P sera la moitié de la résistance R (§. 476. 479).

L'usage de la poulie mobile est très-avantageux aux bateaux, lorsqu'ils doivent remonter le courant de quelque cataracte, semblable à celle que l'on observe dans le Po aux moulins de Rocca franca. La nécessité, où se trouvent les bateliers dans cette circonstance, de diminuer la résistance de l'eau contre l'action des chevaux, qui tirent le bateau, les oblige à attacher la poulie à l'arbre du bâtiment, ils y font passer la corde M B D P. (Supposons que la figure 7. soit une position horizontale, & que R représente le bateau) si on attache le bateau M a quelque obstacle fixe placé sur le bord du fleuve, & qu'ensuite les chevaux attachés à l'extrêmité P de cette corde tirent le bateau R vers V, ils n'auront plus à vaincre dans cette combinaison que la moitié de la résistance, qu'ils rencontreroient sans cet expédient.

484. Si la direction P D de la puissance, au lieu d'être parallele à C K, est oblique comme H Q, il

faudra pour faire équilibre à la même résistance R, employer une puissance Q, qui devra y être d'autant plus grande que P, que l'obliquité sera plus grande.

H Q étant tangente en H au cercle B H D, si on conçoit que du point d'appui B, on ait tiré la ligne B H, on aura le levier plié H B C, sur lequel tirant du point B la perpendiculaire B L sur la direction Q H, on aura $Q \times BL$ pour le moment de la puissance Q: mais on a dans l'état d'équilibre $R \times BC = Q \times BL = P \times BD$, & la géométrie donne $BL < BD$; donc on aura nécessairement la puissance $Q > P$.

On tire ensuite de l'équation $P \times BD = Q \times BL$ la proportion entre ces deux puissances.

On voit donc, que toutes les fois que dans la poulie mobile les brins de corde M B, P D, sont paralleles entr'eux, la même puissance opere le plus grand effet, & l'on voit aussi que puisque la puissance est dans ce cas la moitié de la résistance, il lui faut, pour élever R à une hauteur donnée, un tems double de celui qu'il faudroit à la poulie fixe, où la puissance est égale à la résistance (§. 480).

485. Le tour est une machine composée d'un cylindre horizontal, qui pose sur ses deux pivots C, D, plantés dans l'axe du cylindre, & qu'on fait tourner avec les leviers P p, pour éle- Pl. 3. F. 8.

ver le poids R noué à l'extrêmité d'une corde, & qui attachée par son autre extrêmité à la superficie du cylindre, s'entortille autour, à mesure que la puissance appliquée en P fait tourner la machine.

Pour connoître la nature du tour, on observe que quand la puissance P fait un tour, elle parcourre un espace marqué par la circonférence d'un cercle, dont le rayon est déterminé par la longueur du levier prise de l'axe du cylindre jusqu'au point P, & que l'espace parcouru dans le même tems par la résistance R, est égal à la circonférence du cylindre. C'est pourquoi la puissance sera à la résistance, comme le rayon du cylindre est à la longueur du levier; c'est-à-dire, les deux forces sont dans la raison réciproque des espaces parcourus (§. 480).

La figure 9me représente le même tour vu en profil. La simple considération de cette figure fait connoître, que le tour est un levier du premier genre, dans lequel le pivot C est le point d'appui, C P la longueur du levier, sur qui la puissance P agit dans une direction perpendiculaire, & le rayon C D exprime le contre-levier à l'extrêmité D, duquel est appliqué la résistance, qui agit dans la direction à plomb D R, perpendiculaire à l'horizontale C D. On aura donc P : R : : C D : C P.

Pl. 3. F. 9.

Il résulte aussi de cette démonstration, qu'autant on gagne en force avec le tour, autant on perd en viteſſe (§. 478, 480).

On emploie le tour pour tirer l'eau des puits, & pour élever à la main des corps peu peſants, comme on voit dans les bâtiments civils, où l'on emploie le treuil, que nous appellons *moulinet*, dans lequel, au lieu de levier on emploie deux manivelles de fer M N, que l'on fait longues de M en N de 9 à 10 pouces, pour rendre la manœuvre du moulinet plus commode & moins fatiguante, & auſſi pour ne pas perdre de tems.

Si on emploie le tour dans la poſition verticale, on le nomme *cabeſtan*; comme la puiſſance y agit à l'aide d'un levier horizontal, il devient plus commode à l'homme, pour déployer ſa force en élevant de très-grands poids.

486. Si on ſuppoſe que dans la fig. 9. il y ait un très-grand nombre de leviers, B, F, G, K, également éloignés entr'eux & perpendiculaires à l'axe C du cylindre, & que tous ces leviers ſoient joints enſemble par une circonférence L L; on aura la machine, qu'on appelle *roue dentée*, dont la nature eſt la même que le tour, parce qu'on a comme auparavant P : R : : C D : C P = C B = C F &c.

Si enſuite, au lieu du cylindre, on applique concentriquement à la roue dentée un cône, ſur la

ſuperficie duquel on ait creuſé un canal ſpiral, qui prenant de la baſe vers le ſommet du cône, s'approche continuellement de l'axe, on aura une autre machine ſimple, qui, miſe en mouvement, changera continuellement de proportion entre la puiſſance & la réſiſtance.

On emploie une ſemblable machine, toutes les fois que, pour avoir un mouvement uniforme continué, on fait uſage d'un reſſort pour force mouvante; attendu que l'action du reſſort diminuant, à meſure qu'il ſe détend, il contribue enſuite à faire diminuer auſſi le mouvement de la réſiſtance. On voit cette machine exécutée dans les montres, où aulieu d'entortiller ſur un cylindre la chaîne attachée au reſſort qui donne le mouvement aux autres parties de la montre, on l'entortille ſur un cônoïde.

487. On fait uſage du plan incliné pour élever un poids avec une force beaucoup moindre. La figure 10. donne le profil d'un plan incliné A C, dont la droite A B est horizontale, & la droite B C verticale.

Pl. 3. F. 10

Si la puiſſance P ſoutient dans cette machine la réſiſtance R au moyen de la corde R P parallele au plan A C, je dis qu'on aura dans l'état d'équilibre P : R : : B C : A C, c'eſt-à-dire, que la puiſſance eſt à la réſiſtance comme la hauteur du plan eſt à la longueur.

Pour le prouver, on considere, que la puissance tirant de son côté le poids R dans la direction R P le fait parcourir de D en G, ce qui donnera D G pour l'espace parcouru par la puissance. Du point D on tire l'horizontale D F, & du point G on abaisse la ligne d'à plomb G F; elle exprimera la direction & l'espace parcouru par le poids R, puisque cette droite détermine, combien le poids R s'est éloigné dans ce mouvement du centre des graves. On aura donc P : R :: G F : D G (§ 480); mais les triangles D G F, A B C sont semblables; donc on aura encore P : R :: B C : A C.

Si on prend pour constantes la longueur A C du plan & la résistance R, & qu'on regarde l'angle C A B comme variable, la droite B C augmentera ou diminuera, à mesure que cet angle deviendra plus ou moins aigu, ainsi que la puissance P, ensorte que si l'angle diminue continuellement, la droite A C, tombera sur l'horizontale A B, la verticale B C deviendra zero, & la puissance sera aussi zero; c'est-à-dire, que dans ce cas la résistance R restera ferme d'elle même sur le plan devenu horizontal. Si au contraire l'angle C A B croît au point de devenir droit, alors la verticale B C sera égale à la droite A C; ce qui fait voir, que dans ce cas le secours du plan devient inutile; ensorte que la

puissance doit soutenir tout le poids de la résistance, & ainsi être égale à la même résistance.

Si on prend ensuite pour constantes la verticale B C, & la puissance P, & qu'on augmente la longueur A C, du plan incliné, il faudra augmenter le poids R dans la même proportion, pour continuer l'équilibre. On voit delà, que quoique la puissance augmentée d'une très-petite quantité, puisse dans ces circonstances, faire monter un très-grand poids le long d'un plan incliné, cependant la vitesse, avec laquelle ce poids se mettra en mouvement, sera moindre, & qu'il faudra par conséquent un tems plus considérable pour parcourir toute l'inclinaison du plan; c'est-à-dire aussi, que tout ce qu'on gagne dans cette machine en force, on le perd de même en vitesse.

488. On peut encore considérer la nature du plan incliné d'une autre maniere. On abaisse du centre de gravité R de la sphere la ligne d'à plomb R G F, & on tire du même point R, R D perpendiculaire au plan incliné A C, on aura les triangles semblables R G D, A G F, A C B. R G exprime la force totale & la direction de la pesanteur de la sphere R. Soit cette force décomposée en deux forces R D, D G, qui agissent selon ces deux directions, R D exprimera la partie du poids R soutenue sur le plan incliné, & D G exprimera la force, avec laquelle le poids R tend

Pl. 3. F. 11

à parcourir le plan incliné A G, mais dans l'état d'équilibre, la puiſſance P, qui tire la direction R P, parallele à D G, doit être égale à l'effort D G : on aura donc P : R : : D G : R G : : B C : A C.

489. On a ſuppoſé, en examinant la nature du plan incliné, que la puiſſance P ſoutient la réſiſtance dans une direction parallele à ce plan; mais s'il arrive que cette direction ſoit oblique comme R H P, dans ce cas, ſuppoſé que R H exprime la force P, ſi on la réſout en deux, c'eſt-à-dire, une R K parallele au plan incliné, & l'autre H K perpendiculaire à ce plan, on verra qu'il n'y aura que la partie K R de la puiſſance P d'employée utilement à ſoutenir le poids R dans l'état d'équilibre. Pl.3. F.12

On voit donc, que la direction la plus favorable pour la puiſſance dans cette machine ſera la parallele au plan incliné, parce que cette puiſſance ne perd rien de ſa force; ainſi on voit qu'il faudra qu'elle ſoit égale au poids R; toutes les fois qu'elle tirera dans la direction R D, exprimée par la droite qui paſſe par le centre de gravité R de la ſphere, & par le point D, où cette ſphere touche le plan A C.

490. Le *coin* eſt une machine de fer ou de bois, qu'on emploie pour élever des poids à de très-petites hauteurs, & pour vaincre l'adhéſion d'un corps en déſuniſſant ou ſéparant ſes parties. On

ſuppoſe dans le premier cas, que ſa figure eſt un triangle rectangle, & dans le ſecond, que ſa figure eſt repréſentée par un triangle iſoſcele.

Pl.3 F.13 Soit le poids R retenu ſur le coin A B C au moyen d'un obſtacle fixe vertical D D, aſſemblé de façon qu'en retenant ce poids, il laiſſe cependant couler de B vers F le coin rectangulaire en B; s'il s'agit de lever le poids R avec la puiſſance P, qui, appliquée en P, fait gliſſer le coin ſur l'horizontale B F; je dis que dans cet état d'équilibre, la puiſſance ſera à la réſiſtance, comme la hauteur B C du coin eſt à ſa baſe B A.

Pour le démontrer on conſidere que le coin A B C parcourre & paſſe à la poſition F A G, il eſt clair que le poids R ſe trouvera alors élevé à la ſommité G de ce coin, & qu'on aura A G = B C pour l'eſpace parcouru par ſa peſanteur, ſelon la propre direction d'à plomb de cette force, & que F A = A B exprimera l'eſpace parcouru dans le même tems par la puiſſance, ſelon la direction qui lui eſt propre, & dans laquelle elle pouſſe le coin; & ainſi on aura (§. 480) P : R :: B C : A B.

491. Si on emploie un coin iſoſcele A B D, pour fendre quelque piece de bois F G H, ce bois, par l'adhéſion de ſes parties, réſiſte à la puiſſance qui tend à l'ouvrir, & à meſure que le coin s'introduit dans le bois & s'avance pour en déſunir les parties, les faces A D, B D du coin rencontrent

une

une résistance continuelle aux endroits F, G du bois, où ces faces s'appuient, & font effort pour éloigner du point K les parties F H, G H, auquel elles étoient unies avant l'introduction du coin. Pl. 4. F. 14
Supposons donc, que le coin A B D, poussé par une puissance, soit enfoncé dans le bois au point d'avoir passé la position *b a d*, & supposons le coin divisé par moitié par la droite *c d*, & qu'après l'introduction du coin dans le bois, le point *c* coïncide avec le point K, il est clair que la face B D du coin exprimera l'espace parcouru par la puissance, pour éloigner du point K la partie G H du bois, & que $cb = Kb$ exprimera l'espace parcouru par la résistance opposée par la partie G H du bois. On verra par-là, que la puissance, qui éloigne une partie G H du bois, est à la résistance de cette partie comme $cb : bd$ (§. 480).

On prouvera par un semblable raisonnement, que la puissance employée à éloigner du point K la partie F H du bois, est à la résistance, que cette partie oppose, comme $ca : ad$. On dira donc, que dans l'état d'équilibre la puissance, qui avec l'augmentation d'une très-petite force fend une piece de bois avec l'aide d'un coin isoscele, est à la résistance, qu'opposent les deux parties de bois, qui se séparent, comme la tête A B du coin est à la somme des deux faces A D, B D.

On voit par la nature démontrée du coin, que

l'action d'une puiſſance donnée fera plus d'effet, à meſure que la pointe du coin ſera plus aigüe, & que tout ce qu'elle acquiert en force, elle le perd en viteſſe (§. 480). Pour peu qu'on faſſe attention aux haches, aux couteaux, & aux autres inſtruments à taillants, on connoîtra à l'inſtant, qu'ils ſe réduiſent tous au coin iſoſcele.

492 La vis eſt celle des machines ſimples, qui augmente ſenſiblement l'action de la puiſſance, elle ſert pour élever les poids conſidérables & pour produire une forte compreſſion.

Pour former la vis, on applique à la hauteur F M du cylindre E F M N, l'apothême F M du triangle rectangle F M S, dont l'autre apothême M S eſt multiple de la circonférence du cercle E F
Pl. 4. F. 15 d'une baſe du cylindre. Si on enveloppe ce triangle ſur la ſurface cylindrique, ſon hypothénuſe S F, qui repréſente un plan incliné, tracera ſur le cylindre une ſpirale, qui aura ſon commencement en F, & ſe terminera en M, on fait enſuite un creux au milieu des tours de la ſpirale, de façon que la ſpirale reſte relevée, & forme une eſpece de cordon, comme on voit dans la vis A D, dont les filets B B, C C, ſe nomment *ſpires*, & l'intervalle B C entre l'une & l'autre ſpire ſe nomme *pas de la vis.*

Pour ſe ſervir de cette machine il en faut conſtruire une autre appellée *écrou*, dont la figure

doit être creusée dans un corps massif L L, de maniere qu'il puisse recevoir intérieurement, & avec beaucoup d'exactitude la vis A D, au sommet de laquelle, on fait des trous V, pour y planter ensuite une manivelle. Il est nécessaire en outre, pour employer conjointement la vis & l'écrou, qu'une de ces deux machines soit solidement arrêtée.

Supposons que l'écrou L L soit solidement arrêté sur le chevalet T T, & qu'il s'agisse d'élever le poids R, avec la vis A D, mise en mouvement par la puissance P, laquelle appliquée à l'extrêmité de la manivelle se meut dans un plan horizontal, & agit dans une direction perpendiculaire à la manivelle V P. Pour connoître la nature de cette machine, il suffit d'observer, que quand P fait un tour entier, & décrit la circonférence P H G, le poids R monte par un pas B C de la vis; donc B C & P H G seront les espaces parcourus dans le même tems par la résistance & par la puissance, & ainsi on aura dans l'état d'équilibre (§. 480), $P : R :: BC : \frac{22 \times 2 AP}{7}$. Supposons par exemple, que le pas B C de la vis soit d'un pouce, & la longueur A P de la manivelle de 35 pouces, on aura $P : R :: 1 : \frac{22 \times 70}{7} = 220$.

493. Si la longueur de la manivelle étoit dou-

ble, la même puissance P éléveroit un poids double de R; mais comme elle doit dans ce cas parcourir une circonférence double, alors la vitesse de R sera aussi dans cette machine seulement la moitié de ce qu'elle étoit auparavant. On voit donc, que ce qu'on gagne en force, on le perd en vitesse.

CHAPITRE SECOND.

Des machines composées.

424. De même qu'on vient à former un grand nombre de mots avec les vingt trois *) lettres de l'alphabet différemment combinées, & qu'on écrit un nombre indicible de nombres différents avec les dix chiffres de l'arithmétique, de même aussi, en assemblant de différentes manieres deux ou plusieurs machines dans la méchanique pratique, on parvient à former un très-grand nombre de machines composées toutes différentes entr'elles. L'utilité, qu'on retire des machines composées, ne peut pas cependant se comparer avec la facilité que l'on a de pouvoir imaginer nombre de combinaisons. Les méditations profondes des méchaniciens habiles nous ont procuré beaucoup de machines ingénieuses

*) Il n'y a que 23 lettres dans l'alphabet Italien.

& très-utiles L'ignorance excitée par la vanité & par l'efpérance du gain a enfuite produit un nombre beaucoup plus grand de machines compofées, plus extravagantes & plus ridicules les unes que les autres. L'examen, que l'on fera de ces machines, fervira à diftinguer & à déterminer avec facilité les machines utiles de celles qui ne le font pas.

495. La fcience des machines confifte à favoir employer une force donnée, pour produire le mouvement & l'effet utile, que l'on defire. C'eft pour cela, qu'il eft néceffaire avant tout, de connoître exactement la nature & la valeur de la puiffance qu'on veut employer, & l'on doit après penfer aux moyens & aux manieres de les adapter, & de les appliquer au corps, qu'on veut mettre en mouvement, afin d'obtenir l'effet cherché avec le plus grand avantage poffible.

Si on peut obtenir l'effet defiré avec une machine fimple, il eft inutile de le chercher avec une machine compofée ; mais fi la machine fimple eft infuffifante pour produire l'effet que l'on cherche, ou qu'il devienne impraticable ou trop incommode, il faudra fe fervir dans tous ces cas d'une machine compofée, pour atteindre le but.

496. Quelle que foit la combinaifon à faire des machines élémentaires, comme elles confervent toujours leurs propriétés, les principes expliqués.

dans le chapitre précédent servent aussi pour les machines composées. C'est pourquoi on établira pour principe très-général :

1°. Que pour détailler la nature d'une machine quelconque composée, ou produite en modele, ou déjà exécutée, il suffit de mesurer les espaces parcourus dans le même tems par la puissance & par la résistance, suivant la direction propre à chacune des forces en action.

2°. Que si la machine proposée est seulement dessinée avec des mesures exactes, on pourra toujours en trouver la nature avec le secours de l'analogie.

Comme on viendra facilement à bout de détailler avec ces principes la nature d'une machine composée quelconque, ainsi pour ne point s'enfoncer dans l'examen superflu d'un grand nombre de machines, il suffira de considérer quelques-unes de celles qui sont du plus grand usage dans la pratique.

497. La combinaison de plusieurs poulies forme une machine composée, dont la disposition la plus commune consiste à lier ensemble toutes celles qui doivent être mobiles, & à assembler les autres fixes, pour pouvoir conduire la corde à son gré.

Pl.4. F.16 La figure 16e donne la combinaison de deux poulies mobiles A, B, la résistance R est attachée

à leur chappe, & à celles des deux autres poulies fixes C, D, qui font retenues en haut par le cloud M. On fait dans cette combinaifon les poulies B, D, plus petites que les autres A, C, afin que la corde paffant deffus, les premieres fe trouvent diftantes de l'autre portion de corde, qui paffe deffus les dernieres; ce qui rend libre le mouvement de tous ces brins de corde F, G, H, K, & les empêche de s'embraffer.

Suppofons, que la puiffance P tirant la corde de fon côté, faffe monter la réfiftance R, de façon que la poulie B arrive en L, où une des extrêmités eft nouée, il eft clair, que les quatre brins de corde F, G, H, K fe raccourciront chacun d'une longueur égale à B L, & par conféquent, que la puiffance P tirera de fon côté une portion de corde quatre fois longue comme B L, ou bien qu'elle parcourra un efpace quadruple de B L. On aura donc les efpaces parcourus dans le même tems par les deux forces comme 1 : 4, & ainfi on aura (§. 496. n. 1.) P : R : : 1 : 4.

La figure 17ᵉ préfente quatre poulies mobiles A, B, C; le poids R eft attaché à la chappe & autant d'autres poulies F, G, H, K, font fixées à la chappe M M arrêtée en haut avec deux clouds. Si la puiffance P, en tirant la corde de fon côté, fait monter les poulies mobiles de L en N, qui exprimera l'efpace parcouru par la réfiftance R, Pl. 4. F. 17

il eſt clair que les huit brins de corde T, T, V, dont le dernier V eſt noué par ſon extrêmité Z à la chappe M; il eſt clair, dis-je, que chacun d'eux ſe raccourcira d'une longueur égale à L N, & qu'ainſi la puiſſance P parcourra un eſpace octuple de L N; on aura donc dans cette combinaiſon les eſpaces parcourus par deux forces comme 1 : 8, & ainſi on aura dans cette machine P : R : : 1 : 8 (§. 496. n. 1).

Les poulies compoſées, vulgairement appellées *mouffles*, dont on voit l'uſage journalier pour élever les poutres dans les bâtiments civils, ſont auſſi une combinaiſon de pluſieurs poulies, dont celles, qui ſont mobiles, tournent autour d'un axe commun, & celles qui ſont fixes, ont auſſi un axe de mouvement commun. Si on fait dans ces combinaiſons un raiſonnement analogue au précédent, on trouvera que toutes les fois, que les brins de corde, qui ſe raccourciſſent, ſont au nombre de ſix, la puiſſance eſt à la réſiſtance comme 1 : 6; ſi les brins de corde, qui ſe raccourciſſent, ſont au nombre de neuf, la puiſſance ſera à la réſiſtance comme 1 : 9, d'où l'on déduit la regle générale ſuivante :

498. Si une puiſſance eſt en équilibre avec la réſiſtance, que lui oppoſent pluſieurs poulies combinées, de façon que pluſieurs d'entr'elles ſoient mobiles & les autres fixes, la puiſſance eſt à la

réfiftance comme l'unité au nombre des brins de corde, qui fe raccourciffent, lorsque la puiffance fait mouvoir la réfiftance.

499. La figure 18e repréfente une combinaifon de poulies A, B, C, D, toutes mobiles, qui eft beaucoup plus avantageufe pour la puiffance P. Pl.4. F.18

Si cet affemblage eft déjà fait, il fuffira, pour en fpécifier la nature, de mefurer les efpaces parcourus dans le même tems par la puiffance & par la réfiftance, parce que la proportion entre ces deux forces fera la même qu'au (§. 496. n. 1.).

Si enfuite la machine eft feulement défignée géométriquement, on en connoîtra la nature, en faifant attention, que comme la corde qui paffe deffous la premiere poulie A, a une extrêmité fixée en F, & que l'autre extrêmité eft liée à la chappe de la feconde poulie B, le poids R eft foutenu également par les deux brins de corde (§. 483); d'où il fuit que la poulie B foutient feulement la moitié du poids R; de plus que la corde, qui paffe deffous la feconde poulie B, ayant une extrêmité fixée en G, & l'autre à la poulie C, foutient feulement la moitié de la moitié du poids, c'eft-à-dire $\frac{1}{4}$ R; que la corde, qui paffe deffous la troifieme poulie C, qui a une extrêmité fixée en H, & l'autre à la poulie D, foutient feulement la moitié du poids foutenu par C, c'eft-à-dire $\frac{1}{8}$ R; & finalement que la corde, qui paffe

deſſous la quatrieme poulie D, qui eſt fixée par une de ſes extrêmités K, & eſt retenue à l'autre extrêmité par la puiſſance P, ſoutient ſeulement la moitié de $\frac{1}{8}$ R, c'eſt-à-dire $\frac{1}{16}$ R.

Comme c'eſt un déſavantage pour la puiſſance de tirer de bas en haut, il ſuffira, pour le ſupprimer, de fixer en M une poulie L, ſur laquelle faiſant paſſer la corde, on pourra enſuite appliquer en Q la puiſſance P, & tirer ainſi de haut en bas, ſans que l'addition de cette poulie fixe L, altere en aucune maniere la nature des poulies mobiles combinées de la façon qu'on vient d'enſeigner.

500. Si on examine plus en détail le raiſonnement du paragraphe précédent, on trouve:

1°. Qu'une poulie mobile donne, P : R : : 1 : 2.

2°. Que deux poulies mobiles donnent, P : R : : 1 : 2 × 2 = 4.

3°. Que trois poulies mobiles donnent, P : R : : 1 : 2 × 2 × 2 = 8.

4°. Que quatre poulies mobiles donnent, P : R : : 1 : 2 × 2 × 2 × 2 = 16.

On déduit de cet examen la regle générale ſuivante:

Si une puiſſance P eſt en équilibre avec la réſiſtance R, au moyen de poulies toutes mobiles, la puiſſance eſt à la réſiſtance comme l'unité eſt au nombre 2 élevé à une puiſſance exprimée par les

poulies mobiles. C'eſt pourquoi nommant ce nombre n, on aura $P : R :: 1 : 2^n$.

Pour obſerver les grands avantages de cette diſpoſition de poulies ſur celle du §. 497, ſuppoſons, qu'on ait ſix poulies; ſi on les diſpoſe comme au dit §. 497, c'eſt-à-dire, trois mobiles, & trois fixes, la puiſſance ſoutiendra un poids ſextuple, mais ſi les dites poulies ſont toutes mobiles comme au paragraphe 499, la même puiſſance ſoutiendra un poids ſoixante & quatre fois plus grand qu'elle. On n'emploie d'ailleurs cette combinaiſon ſi avantageuſe à la puiſſance, que pour élever le poids à une très-petite hauteur, ou pour ſurmonter quelque grand obſtacle, dont la réſiſtance procede de l'adhéſion des parties; parce qu'à peine les mêmes parties ſe déſuniſſent-elles dans ce cas, que la réſiſtance ceſſe auſſitôt.

501. La chevre A B C D, dont on ſe ſert dans l'artillerie, pour mettre les canons en place, & pour élever des poids conſidérables R, eſt une machine compoſée d'un tour F, & de trois poulies, dont deux ſont fixées à la tête B de la chevre, & la troiſieme G eſt mobile, & s'attache à la réſiſtance R, où ſe noue auſſi une extrémité N de la corde, l'autre extrémité L doit être filée au tour d'un tour, que l'on met en mouvement avec deux manivelles K P, aux extrémités deſquelles on emploie deux ou pluſieurs hommes. Pl. 4. F. 19

Pour trouver la nature de cette machine, lors qu'on l'emploie, il suffit de mesurer la hauteur à laquelle on éleve le point R, pendant que la puissance P décrit une portion de circonférence, pour déduire de ces deux espaces parcourus dans le même tems, la proportion entre la puissance & la résistance.

Si la machine est seulement dessinée, on en trouve la nature par l'analogie (§. 496 n. 2). Pour cela on observe, que dans les poulies disposées comme ci-dessus, on a trois brins de corde H, L, M, qui se raccourcissent, & ainsi la puissance appliquée en L, sera à la résistance comme 1 : 3 (§. 498). La puissance L appliquée à la corde, qui s'entortille sur le tour, représente dans cet endroit une résistance qui s'oppose à la puissance P. Pourquoi si le rayon du tour est $= r$, & la longueur K P de la manivelle prise depuis l'axe du tour $= l$, on aura (§. 485) $P : L :: r : l$. Si on multiplie à présent les termes de cette proportion avec ceux de la premiere $L : R :: 1 : 3$, on aura $P \times L : L \times R :: 1 \times r : 3 \times l$, & effaçant la quantité L commune aux deux premiers termes, on aura $P : R :: r : 3\,l$ pour la nature de la chevre recherchée.

Posons par exemple $r = 2$ pouces, $l = 36$ pouces, $P = 6$ rubs, on aura, en réduisant la proportion en équation $R = 324$ rubs. *)

*) Rubs poids de 25 livres.

502. On voit dans la figure 20 le cabestan A B I, joint au plan incliné C F, sur lequel la puissance P soutient la résistance R, la corde K G, qui passe sur la poulie fixe G, & qui s'entortille sur le cabestan à l'endroit H, étant parallele au plan: de plus la droite D F exprime un horizon, & la ligne d'à plomb C D détermine la hauteur du plan. Pl. 4. F. 20

Pour connoître la nature de cette combinaison, on fait faire un tour à la puissance P appliquée à la manivelle A P du cabestan; & on mesure l'espace que la résistance R parcourt dans le même tems, selon sa direction propre. Ces deux espaces donneront la proportion cherchée entre la puissance & la résistance. Pour avoir l'espace parcouru par la résistance, suivant sa direction propre, on suppose que pendant que la puissance fait un tour, le point S du traineau S M, qui porte le poids R, passe de S en T; tirant l'horizontale S V & la ligne d'à plomb T V, on aura T V pour l'espace par la pesanteur, ou par le poids R, selon sa direction propre.

Si ensuite la combinaison de la figure 20ᵉ, au-lieu d'être déjà faite, est seulement dessinée, on en trouvera la nature par analogie. Supposé que le poids R soit soutenu dans l'état d'équilibre par la puissance H, on aura (§. 497) H : R : : C D : C F. On a par la nature du cabestan, où H repré-

ſente la réſiſtance, qui s'oppoſe à la puiſſance P, P : H, comme le rayon du cabeſtan $= r$ eſt à la longueur de la manivelle $= l$; c'eſt-à-dire, P : H : : r : l (§. 485). Si on multiplie les termes de cette proportion avec ceux de la premiere, on aura PH : HR : : $r \times$ CD : $l \times$ CF, & effaçant dans les deux premiers termes la quantité commune H, on aura P : R : : $r \times$ CD : $l \times$ CF, proportion qui exprime la nature de la machine cherchée.

Si aulieu de tirer le poids R avec une corde, qui y eſt immédiatement attachée, on mettoit une poulie en K, ſur laquelle faiſant paſſer la corde, on en nouât l'extrémité au pieu immobile L, alors, comme la puiſſance H ne ſeroit plus que la moitié de ce qu'elle étoit auparavant (§. 483), la puiſſance P ſe trouveroit auſſi diminuée de moitié, & la nature de la machine ſeroit exprimée par cette autre proportion $\frac{P}{2}$: R : : $r \times$ CD : $l \times$ CF.

Si on fait enſuite une combinaiſon de poulies telle, que ſi on en fixe quelques-unes au pieu L, les autres ſoient mobiles & attachées en K, & qu'on ait dans cette combinaiſon cinq brins de corde, qui ſe raccourciſſent, on verra que la puiſſance P dans l'état d'équilibre ſera ſeulement $\frac{P}{5}$ (§. 498), d'où la nature de la machine ſera exprimée par cette proportion $\frac{P}{5}$: R : : $r \times$ CD : $l \times$ CF.

On emploie avantageusement ces combinaisons dans l'artillerie, pour conduire les pieces dans certains endroits élevés de la place, où on ne peut pas charrier le canon comme dans les places de niveau, & lorsqu'on a peu de monde à employer à ces opérations.

503. Les roues dentées sont d'un très-grand usage dans nombre de métiers, parce qu'on obtient facilement avec elles un mouvement uniforme. Les montres, les horloges à pendules, les contrepoids, les moulins à grains, les rouets à filer la soie, & autres semblables machines, sont autant de combinaisons de roues dentées.

Pour assembler deux ou plusieurs roues dentées, il convient de les disposer de maniere que les dents de l'une s'engrainent toujours dans celles de l'autre, de façon que la premiere roue, Pl. 5.
qui se meut, fasse mouvoir la seconde avec ses F. 21
dents, & que la seconde fasse mouvoir de la même maniere la troisieme & ainsi de suite. La figure 21e donne une de ces combinaisons; la puissance P, qui agit de P vers Q, fait tourner la premiere roue de B vers P. Comme le pignon A de cette roue est denté, de façon que les dents s'engrainent dans celles de la seconde roue D, elle la fait tourner de M vers D de la même maniere, que le pignon C de la roue D fait tourner la troisieme roue G de G vers N; & enfin cette troisie-

me roue, au moyen de son pignon F, fait tourner la quatrieme roue L, de L vers S, & la corde T R, attachée à la résistance R, s'entortille autour de l'arbre H.

Si cette machine est déjà exécutée, on en connoîtra la nature en tirant la corde de P en Q sur une longueur donnée, & mesurant de combien le poids R monte dans le même tems. Ces deux espaces parcourus donneront la proportion cherchée entre la puissance & la résistance (§. 496. n. 1).

Si on veut trouver par analogie la nature d'une de ces machines dessinées (§. 496, n. 2), on considere que les trois roues B, G, D, donnent trois leviers du premier genre P A M, M C N, N F S, & qu'on a dans la roue L un levier du second genre S T H. On nomme P la puissance du premier levier, M sa résistance, qui fait les fonctions de puissance dans le second levier; N, la résistance du second levier, qui sert aussi de puissance dans le troisieme levier, & S la résistance du troisieme levier, qui fait aussi la fonction de puissance dans le levier du second genre, on aura les quatre proportions suivantes.

1°. P : M : : A M : A P.
2°. M : N : : C N : C M.
3°. N : S : : F S : F N.
4°. S : R : : H T : H S.

Si on multiplie à présent ces proportions terme

par

par terme, on aura $P\times M\times N\times S : M\times N\times S\times R ::$ $AM\times CN\times FS\times HT : AP\times CM\times FN\times HS$; & effaçant dans les deux premiers termes les trois quantités communes M, N, S, on aura par la nature de la machine, $P : R :: AM\times CN\times FS\times HT : AP\times CM\times FN\times HS$.

504. Comme le théorême, qu'on vient d'expliquer, peut s'étendre à tout autre nombre de roües dentées, on dira que dans de semblables machines la puissance est à la résistance, comme le produit des rayons de tous les arbres des roues est au produit des rayons de toutes ces roues.

On doit avertir ici, que pour avoir dans ces roues un mouvement continu & uniforme, il est nécessaire, que les dents des deux roues, qui se rencontrent, soient également distantes entr'elles & configurées de la même maniere. Cela posé, le nombre des dents d'une roue sera au nombre des dents de l'autre roue, comme la circonférence de l'une est à la circonférence de l'autre, ou comme les rayons. C'est pourquoi on pourra, aulieu de la proportion des rayons, employer la proportion qui existe entre le nombre des dents; parce qu'elle servira aussi de proportion entre la puissance & la résistance.

505. Le levier, que nous nommons *cric*, est d'un grand usage dans l'artillerie; on s'en sert particulièrement pour changer les roues des attirails, Pl. 5. F. 22

qui portent les pieces. La puissance P, appliquée à l'extrémité de la manivelle P B, fait tourner la petite roue dentée C, qui par son engrainage dans les dents de la grande roue A, la met en mouvement, & celle-ci, au moyen de son pignon D, qui engraine dans les dents F de la crémaillere H, la fait monter & éleve la résistance placée en R.

Si l'on mesure combien monte la crémaillere H, pendant que la puissance P, faisant faire un tour à la manivelle, décrit une circonférence, on aura par ces deux espaces parcourus dans le même tems, la nature de cette machine.

Si l'on n'a que le dessin géométrique de la machine, on en trouvera l'analogie, en faisant attention que l'action de la puissance se déployant en tournant, on peut considérer la partie GCBP de la machine comme une roue, dont B P est le rayon, & la droite ponctuée C G le rayon de son pignon. On considere en outre que D G désigne le rayon de la grande roue A, & D F celui de son pignon D : c'est pourquoi on aura les deux proportions suivantes : 1°. P : G :: C G : B P.

2°. G : F :: D F : D G.

Mais la résistance que la crémaillere H oppose à l'endroit F, est la même résistance R appliquée dans la partie supérieure de la crémaillere ; on pourra donc substituer R au lieu de F, & on fera les produits terme par terme des deux pro-

portions, ce qui donnera $P \times G : G \times R :: CG \times DF : BP \times DG$; effaçant dans les deux premiers termes la quantité commune G, on aura par la nature du cric $P : R :: CG \times DF : BP \times DG$.

506. La figure 23e donne une combinaison de plusieurs roues dentées & d'une vis B I, elle tourne entre deux crapaudines, qui la retiennent à ses extrêmités sans pouvoir sortir; on la nomme *vis sans fin* où *vis perpétuelle*. Cette vis étant Pl. 5. F. 23
mise en mouvement par la puissance P appliquée à la manivelle B P, engraine par ses spirales dans les dents Q de la roue M, & la fait tourner; communiquant de cette maniere le mouvement aux autres roues successives N, V, au moyen des pignons D, G; d'où la corde L R, qui soutient la résistance R, s'entortille ensuite dans l'arbre K de la derniere roue V, & éleve la résistance.

Si on fait donc faire un tour à la manivelle, & qu'on mesure combien dans ce tems la résistance monte, la proportion entre la circonférence décrite par la puissance, & l'espace parcouru par la résistance, donnera la nature de cette machine qu'on cherche.

Pour déterminer par l'analogie la nature de cette machine, il suffit d'observer, que la puissance dans la vis est à la résistance, comme la distance entre deux spires est à la circonférence décrite par la puissance appliquée à l'extrêmité

de la manivelle (§. 492); c'eſt pourquoi, ſi on nomme le pas de la vis $= p$, la circonférence décrite par la puiſſance $P = \frac{44 BP}{7} = c$, & ſoit Q la réſiſtance de la vis, on aura $P : Q :: p : c$.

On tire enſuite de la nature des roues dentées les proportions ſuivantes (§. 503), en obſervant que les lettres Q, F, H ſont fonction de puiſſance & de réſiſtance,

$Q : F :: DF : DQ$.
$F : H :: GH : GF$.
$H : R :: KL : KH$.

Si on multiplie à préſent ces quatre proportions terme par terme, on aura $P \times Q \times F \times H : Q \times F \times H \times R :: p \times DF \times GH \times KL : c \times DQ \times FG \times KH$, & effaçant dans les deux premiers termes, les quantités communes Q, F, H, on aura par la nature de la machine $P : R :: p \times DF \times GH \times KL : c \times DQ \times GF \times KH$; on voit par cette proportion, que la puiſſance exerce une très-grande force dans de ſemblables machines, toutes les fois que la diſtance entre deux ſpires de la vis ſans fin, & les rayons des pignons des roues ſont très-petits, en comparaiſon des rayons des roues & des manivelles.

507. Les roues dentées ont toutes une même poſition, & un même mouvement dans les combinaiſons préſentées juſqu'ici ; mais on en em-

ploie d'autres, pour changer le mouvement de rotation d'horizontale en verticale, & au contraire.

Il eſt néceſſaire, pour faire de ſemblables combinaiſons, d'appliquer des dents perpendiculaires au plan de la roue mouvante, & l'arbre de la roue miſe en mouvement doit être perpendiculaire au plan de la roue mouvante.

On peut obſerver une ſemblable combinaiſon pour les moulins, qui ſont ſur le fleuve du Po, & pour d'autres qui ſont au faubourg de cette ville, appellé le Ballon.

508. On a fait obſerver dans le chapitre précédent, que dans chaque machine ſimple, autant on gagne en force, autant on perd en viteſſe, de façon que l'effet produit par une puiſſance déterminée dans un tems donné, eſt toujours le même, quelle que ſoit la machine ſimple qu'on emploie, & l'on a dit (§. 480), que cette propoſition a auſſi lieu dans toute machine compoſée.

Afin donc de rendre cette vérité authentique, & de donner une idée juſte des avantages, qu'on retire des machines, on obſerve qu'un homme avec le ſecours d'une poulie fixe, éleve une poutrelle ſur un bâtiment en deux minutes de tems, il eſt clair que cet homme élevera ſix poutrelles en douze minutes: on obſerve auſſi qu'un autre homme de la même force éleve des poutrelles

avec une combinaiſon de mouffles compoſées de trois poulies fixes & d'autant de mobiles: comme l'action de la puiſſance eſt dans cette machine ſextuple de la réſiſtance, ainſi cet homme élevera ſix poutrelles en une ſeule fois; mais parce que la viteſſe, avec laquelle elles montent, eſt ſeulement la ſixieme partie de celle que donne la poulie fixe, il s'enſuit que cet homme mettra douze minutes à élever les ſix poutrelles en une ſeule fois. On voit donc par ces circonſtances, que la machine compoſée, qui augmente l'action de la puiſſance, n'apporte aucun avantage ni aucune commodité.

Suppoſons qu'un ſeul homme doive élever une poutre du poids de ſix poutrelles; comme on ne peut dans ce cas ſubdiviſer la poutre, & qu'on la veut entiere ſur le bâtiment, il faudra ſe ſervir de mouffles combinées comme ci-deſſus, dont l'action de la puiſſance ſoit ſextuple. Donc l'avantage des machines compoſées, qui augmentent l'action de la puiſſance, conſiſte ſeulement en ce qu'une très-petite force peut élever un grand poids.

Les artilleurs tirent profit de cet avantage toutes les fois qu'ils doivent avec peu de monde placer du canon dans certains endroits d'une place montueuſe privée de communications, & qu'ils ne ſont pas preſſés; mais quand il faut agir en peu de tems, il faut alors, après avoir augmenté

la puissance, employer une machine dont la résistance soit décidée à se mouvoir plus vite. Si au lieu d'élever cette poutre en douze minutes, on veut l'élever en deux, il faudra appliquer six hommes à la poulie fixe.

CHAPITRE TROISIEME.

Des altérations que la pratique fait appercevoir dans la théorie des machines.

509. On n'a pas fait attention dans les deux chapitres précédents aux propriétés physiques des matieres qui composent les machines ; on n'a donc point, par cette raison, considéré les altérations qu'elles produisent, d'où il suit que les propositions démontrées jusqu'ici avec la précision géométrique, deviennent autant d'approximations dans la pratique, & elles n'approchent de cette précision, qu'autant qu'on parvient à soumettre à des principes & à des regles, toutes ces altérations que la nature & la quantité des matieres, qui constituent les machines, occasionnent.

Il est donc nécessaire, en appliquant à la pratique la théorie des machines décrites jusqu'ici, de considérer toutes les circonstances physiques, qui sont capables de produire quelque diversité

dans les effets, & de tâcher de déterminer, par des expériences faites avec toute l'adresse possible, les loix qui produisent toutes ces altérations.

510. Il faut nécessairement supposer dans la science de la méchanique pratique, que les machines sont construites avec la perfection convenable, car si on vouloit raisonner sur la maladresse des ouvriers, comme elle peut varier à l'infini, on ne pourroit jamais déterminer les effets qui en proviendroient. Les altérations, qu'on considere, sont donc uniquement produites par des causes physiques inséparables des matieres qui constituent les machines.

Entre les causes physiques, qui produisent des altérations dans la théorie des machines pratiques, il y en a de générales & de particulieres. Les causes générales sont:

1°. Le poids ou la pesanteur des parties qui composent la machine.

2°. Le frottement d'une partie de la machine contre l'autre; ce qui produit une résistance dans le mouvement de ces parties.

511. Si on veut calculer les altérations produites par le poids dans chaque partie de la machine (§. 510. n. 1), on trouve d'abord le centre de gravité & le poids de chacune de ces parties, & si l'on conçoit que tout le poids soit rassemblé à ce centre, on pourra considérer cette partie de la machine comme immatérielle.

Si on agit de la même maniere pour chacune des autres parties, la machine se trouvera réduite à un état purement géométrique, qui est celui qu'on a supposé dans les deux chapitres précédents; d'où il suit que si on trouve les moments de tous ces poids, & qu'on les joigne à ceux de la puissance ou de la résistance, selon qu'il convient à l'état de la machine, on aura une équation, avec laquelle on déterminera la puissance, la résistance étant donnée, & au contraire.

Si on a, par exemple, le levier matériel de fer ou de bois B C P, & soit la puissance P, qui par hypothese se met en équilibre avec la résistance R, le levier se trouvant dans une position oblique à l'horizon; pour connoître dans ces circonstances les altérations produites par le poids du levier, & déterminer ensuite la juste proportion entre la puissance & la résistance, on trouve le centre de gravité F de la partie C P du levier; on nomme le poids de cette partie = F, & on tire la ligne d'à plomb F H, suivant laquelle ce poids agit. On trouve aussi le centre de gravité G du contre-levier B C, soit son poids = G, & l'on tire la ligne d'à plomb G D; enfin du point d'appui C on tire les lignes C H, C D perpendiculaires aux lignes d'à plomb, & l'on aura d'un côté du point d'appui C, $F \times CH + P \times PC$, pour les moments des forces F, P, & de l'autre côté $G \times CD + R \times CB$ Pl. 5. F. 24

pour les moments des forces G, R; ce qui donnera dans l'état d'équilibre $F \times CH + P \times PC = G \times CD + R \times CB$; mais les quantités F, CH, PC, G, CD, CB sont toutes connues; donc si la résistance R est donnée, on connoîtra aussi la puissance P, & au contraire.

512. Attendu que le poids F de la partie plus longue CP tourne au profit de la puissance P, & qu'il est arbitraire de placer le point d'appui, où on le juge à propos, ainsi si on place ce point si près de la résistance R, que le moment du poids F se mette de lui même en équilibre avec les moments de la résistance R, & du poids G du contre-levier, le poids F pourra faire directement la fonction de puissance, & comme cette circonstance peut se répéter dans d'autres machines, c'est pour cela qu'il est nécessaire au machiniste de ne la pas perdre de vue, pour en profiter dans les circonstances, dans lesquelles elle passe en évaluation.

513. Si dans les machines, dont les parties ont un mouvement de rotation sur un axe qui leur sert d'appui, telles que les roues, le tour, la poulie &c. on fait ensorte que le centre de gravité de chacune de ces parties se trouve dans l'axe de mouvement, on pourra aussi considérer la machine comme géométrique, & par conséquent lui appliquer avec précision la théorie expliquée ci-devant.

Pour connoître par la pratique, si le centre de gravité des roues & des poulies est sur l'axe de leur mouvement, il suffit d'observer, lorsqu'elles sont très-mobiles sur leurs pivots, si elles ont la même solidité, dans quelque situation qu'elles se trouvent.

514. La seconde cause physique générale, qui altere sensiblement l'équilibre & le mouvement d'une machine (§. 510); est le frottement produit par ses parties dans les endroits, où elles se touchent & se compriment. Ce frottement, comme nous l'avons déjà observé dans la Statique, chapitre 4e, engendre une résistance, qui s'oppose toujours dans les machines à la force prépondérante, ou qui tend à l'emporter, pour exciter le mouvement dans les parties de la machine.

Si on veut mesurer la quantité de la résistance produite par le frottement, il est à propos de recouvrir à l'expérience faite suivant les (§195&196), ou exécutée d'une autre maniere équivalente avec deux corps, dont les surfaces polies se frottent; car dans la construction des machines on vient toujours à bout de rendre ces surfaces bien unies. Dans ces circonstances l'expérience donne:

1°. S'il s'agit de grands corps, la plus grande résistance, qui vient du frottement du corps qui gravite sur l'autre, n'outrepasse jamais la troisieme partie de ce corps (§. 196), & l'évaluation

de cette résistance dans les machines se rapporte toujours au tiers du poids; ce qui est avantageux pour la pratique, la résistance étant ordinairement plutôt au-dessous.

2°. S'il s'agit de corps très-petits, la quantité de leur frottement surpasse le tiers du poids du corps qui gravite sur l'autre, & cet excès va souvent au double & davantage.

515. Pour diminuer la résistance produite par le frottement dans les parties très-pesantes des machines, on se sert de quelques expédients.

1°. On fait ensorte, que les parties qui se frottent mutuellement, soient de différentes matieres: par exemple, on fait tourner l'essieu de fer d'une roue dans une boëtte de fonte, ou d'une autre matiere différente du fer, afin que, moyennant la diversité qui se rencontre naturellement dans la figure des pores de ces deux matieres, les parties élémentaires saillantes de l'une, ne puissent pas s'introduire & s'engrainer dans les pores de l'autre, & on évite par-là la tenacité des parties élémentaires à surmonter, que le mouvement de la roue devroit nécessairement détacher, car la résistance, qui se rencontre, lorsqu'il s'agit de surmonter la tenacité des corps durs, surpasse de beaucoup la résistance produite par le simple frottement (§. 196. n. 3).

2°. Pour éviter, que les corps par leur frotte-

ment n'engrainent pas les uns dans les autres, on préfere les corps les plus durs, & on tâche encore d'en augmenter la dureté: on trempe pour cela les pivots & les crapaudines de fer des balances & des romaines.

3°. On fait enforte de difpofer, autant qu'on peut, les parties mobiles d'une machine de façon, qu'elles pefent l'une fur l'autre le moins qu'il eft poffible.

4°. On infere dans les parties, qui fe frottent, quelque matiere onctueufe, pour empêcher par ce moyen toute corrofion entre les dites parties, & afin que la réfiftance foit réduite au fimple & pur frottement.

On emploie dans les grandes machines la graiffe pour frotter les pivots; parce que cette matiere fert pendant longtems à la même machine; mais dans les machines très-petites ou délicates, telles que les horloges à pendules & les montres, il faut fe fervir d'une huile très-fine & en petite quantité, pour éviter qu'elle ne fe gêle dans le froid & ne retarde le mouvement de l'horloge. Si on employoit de la graiffe dans les montres, la tenacité de cette matiere fuffiroit pour en arrêter le mouvement.

516. Il y a deux manieres de déterminer la quantité de force = Q, qui, jointe à la puiffance P d'une machine, commence à furmonter la réfiftan-

ce R, & l'autre force qui vient du frottement, ce qui produit enſuite le mouvement dans les parties de la machine.

La premiere maniere eſt très-générale, on l'eſſaie par une expérience facile, lorsque la machine eſt faite. On adapte la puiſſance & la réſiſtance, ſelon qu'elle convient à la nature de la machine & l'uſage qu'on ſe propoſe d'en faire, delà on applique à l'endroit de la puiſſance des poids qui vont en augmentant juſqu'à ce que la machine commence à ſe mouvoir. La quantité des poids réunis = Q, eſt la force que l'on exige pour ſurmonter le frottement de la machine ſimple ou compoſée telle qu'elle ſoit.

Nous ſouhaiterions qu'on eſſayât toujours ſur toute machine faite, cette maniere de déterminer la force Q, que l'on exige pour ſurpaſſer le frottement, parce qu'elle eſt aiſée, prompte & à l'abri de toute équivoque.

517. Il réſulte des expériences faites dans le rapport déſigné (§. 516) avec les ſix machines ſimples,

1°. Que le frottement du levier eſt d'un très-
Pl. 5. F. 24 petit objet, toutes les fois que l'appui C eſt circulaire, & convexe par deſſus, pour ne point contrarier le mouvement du levier, & que la matiere de la machine eſt ſuffiſamment dure, pour ne point s'emboîter dans l'appui; raiſon pour la-

quelle on ne tient aucun compte de ce frottement toutes les fois qu'il s'agit de mouvoir de grands poids ; on ne s'en occupe que dans les balances & les romaines, dans lesquelles on cherche le rapport le plus juste entre les poids des corps.

2°. Que les poulies sont sujettes à un grand frottement, paree que leur rayon est très-petit rélativement à celui de leur axe, & parce qu'il arrive souvent dans la pratique, que les poulies sont contrariées dans leurs chappes, & cette résistance augmente ensuite par le poids & par la roideur des cordes.

3°. Que le frottement du tour est très-petit, toutes les fois que les manivelles sont très-longues relativement aux rayons du tour & des pivots ; mais que la résistance produite par ce frottement est ensuite augmentée par le poids & par la roideur de la corde, qui s'entortille sur le tour.

4°. Le frottement, qu'on rencontre dans un plan incliné, est peu de chose, quand le corps qui parcourt le plan est sphérique ou cylindrique, ou a une de ces figures, qui doit le faire rouler : mais si le corps est tellement configuré, qu'il ne puisse glisser que sur sa base, comme qui diroit un traineau, une poutre &c. le frottement dans ce cas devient beaucoup plus considérable, & on l'évalue, généralement parlant, dans les corps d'un grand poids, au tiers du poids de ces mêmes corps (§. 514. n. 1).

5°. Le frottement produit sur le coin rectangle par un corps très-pesant, qui monte dessus, devient plus grand que le $\frac{1}{3}$ du poids de ce corps; parce que le coin est poussé par la puissance dans une direction parallele à l'horizon, où la puissance perd une partie de sa force (§. 489), aulieu que dans le plan incliné le corps est tiré dans une direction parallele à ce plan, où toute la puissance est employée à vaincre la résistance.

6°. Quoique le frottement de la vis soit de même nature que celui du coin, il est, non obstant ce, plus considérable, par la raison que ses spires ont un grand contact dans l'écrou; pourquoi ce frottement arrive aisément à la moitié du poids que la vis éleve, ce qui doit s'entendre des vis, qui ont leurs spires de figure triangulaire; parce que, si elles étoient quarrées, le frottement deviendroit encore plus grand.

518. La seconde maniere de trouver la quantité de force = Q, qui surmonte le frottement (§. 516), vient du raisonnement & du calcul; il faut pour cela que la machine soit faite ou dessinée géométriquement.

Comme par tout ce qui a été dit (§. 517) les machines sujettes à modifications dans leur frottement sont les poulies & le tour, ainsi nous entreprendrons de traiter plus particuliérement dans

le

le reste de ce chapitre de ces deux machines simples, & d'autres de la même espece.

La regle générale, pour soumettre au calcul le frottement des grandes machines, consiste à établir une équation, ou la somme de toutes les pressions produites par les corps & par les forces, qui agissent dans la machine, soit en équilibre avec une résistance égale à la troisieme partie de ces mêmes pressions.

519. Pour commencer par les choses simples, Pl. 5. nous calculerons le frottement produit à la char- F. 25 rette F Q, chargée du poids R, dont on suppose que le centre de gravité, ainsi que celui de la charrette sont sur la ligne d'à plomb, qui passe par l'axe C de l'essieu, & par le point B, où la roue s'appuie sur le sol horizontal B D de surface polie & dure; telle que les pavés de pierre de taille : dans ces circonstances la force mouvante appliquée en Q, qui tire la charrette dans une direction horizontale, ne peut la charger d'aucune maniere, ni augmenter le frottement; il dépend uniquement de la pression d'à plomb, que le poids R exerce sur l'essieu A E, pression qui comprime la roue B H K par sa partie inférieure A.

Pour calculer ce frottement, on observe qu'il faudroit, pour mouvoir la charrette dans les circonstances supposées, une force très-petite, si on n'avoit à vaincre le frottement que dans l'endroit

A; mais parce que la roue ne peut tourner, ſans ſurmonter cette réſiſtance, on conſidérera donc la droite CB comme un levier du ſecond genre, dont C eſt le point d'appui, B l'extrêmité, à laquelle la force Q étant appliquée tire de B vers D, pour faire tourner la roue de ce côté, & A le point, auquel eſt appliquée la réſiſtance produite par le frottement $\frac{R}{3}$ (§. 514, n. 1). On aura $Q \times CB$ pour le moment de la force Q, & $\frac{R}{3} \times CA$ pour celui du frottement; d'où on aura dans l'état d'équilibre (§. 518, $Q \times CB = \frac{R}{3} \times CA$, & $Q = \frac{R \times CA}{3 CB}$ pour la force, qui étant augmentée d'une quantité très-petite, ſurmontera le frottement & fera mouvoir la charrette. On doit obſerver ici, que cette valeur ſert pour ſurmonter le frottement des deux roues; parce que le poids R étant ſoutenu par les deux roues, la réſiſtance produite par le frottement de chacune d'elles s'exprime ſeulement par la moitié de $\frac{R}{3}$, ce qu'il faut appliquer auſſi à l'axe des poulies & aux pivots des tours.

On déduit de la formule trouvée, que la force Q diminue à meſure que le poids R ou le rayon C A de l'eſſieu ſont plus petits, ou auſſi à meſure que le rayon C B de la roue eſt plus grand. Ces

conséquences sont conformes à ce que l'expérience journaliere démontre, parce qu'en se servant des essieux de fer, dont le diametre est moindre que celui des essieux de bois, ou en employant des roues d'un grand diametre, on trouve qu'il faut une force moindre pour traîner la charrette.

Soit, par exemple, le poids de la charrette & du corps chargé dessus, pris ensemble, exprimés par R, de 100 rubs, le rayon CB de 20 pouces, & le rayon CA de demi-pouce, si on substitue ces nombres dans la formule, on aura $Q = \frac{100 \times \frac{1}{2}}{3 \times 20}$ $= \frac{5}{6}$ d'un rub ou 333 onces $\frac{1}{3}$ pour la force, qui augmentée d'une très-petite quantité, mettra la charrette en mouvement.

On doit remarquer ici, qu'on place dans la pratique le poids R sur la charrette, de façon qu'il pese un peu vers les extrémités Q des brancards, pour faciliter le charroi, comme on l'expliquera plus au long dans le chapitre suivant; ce qui diminue d'autant plus le frottement de l'essieu, que le poids R appuie davantage vers les extrémités Q.

Si la charrette est ensuite tirée sur un sol si mol, que la roue s'enfonce dans le terrein, comme les roues doivent dans ces circonstances monter continuellement sur une espece de plan incliné formé par leur enfoncement, ainsi il faudra aug-

menter la force mouvante Q, à mesure que le terrein sera plus mol.

Pour diminuer cet enfoncement, & delà alléger le mouvement de la charrette, il suffit de faire la partie de la roue, qui s'appuie sur le sol, plus large (§. 67).

520. La poulie fixe BDH, fixée en haut au tourillon AFG, s'appuie par sa partie inférieure A au trou circulaire fait dans la chappe KL. La pression totale, qui agit sur ce tourillon (§. 518), est égale à la somme de la puissance P, & de la résistance R du poids de la poulie & de la corde, que nous nommerons C, & du poids de la force réunie Q, qui doit équilibrer avec le frottement. La quantité $\frac{P+R+C+Q}{3}$ exprimera donc la résistance, qui se rencontre à l'endroit A, à cause du frottement.

Pl. 5. F. 26

La puissance P + Q appliquée à l'extrémité B du levier BCD, dont C est le point d'appui, tend à faire tourner la poulie de B vers H; la résistance R appliquée à l'extrémité D du même levier, & l'autre résistance $\frac{P+C+R+Q}{3}$ appliquée à l'extrémité A du levier plié BCA agissent en sens opposé à la dite puissance P + Q; on aura donc dans l'état d'équilibre $P \times CB + Q \times CB = \frac{P+R+C+Q \times CA}{3} + R \times CD$, & corrigeant

l'expreſſion en effaçant les quantités de même valeur, qui proviennent de l'état d'équilibre $P = R$, $CB = CD$, on aura $Q \times \overline{3CB - CA} = \overline{2P + C} \times CA$, ainſi $Q = \frac{\overline{2P+C} \times CA}{3CB - CA}$; cette valeur étant augmentée d'une très-petite quantité, produira le mouvement dans la machine, en faiſant deſcendre la puiſſance P, & monter la réſiſtance R.

On trouvera auſſi la même valeur de Q, en ſuppoſant que l'axe A F G ſoit fixé dans la chappe, & que la poulie tourne autour de cet axe.

La formule trouvée fait voir, que la valeur de Q diminuera à meſure, que le rayon C A de l'axe ſera moindre, ou qu'on augmentera le rayon C B de la poulie.

Soit, par exemple, $P = 48$ rubs, $C = 4$ rubs, $CA = \frac{1}{2}$ pouce & $CB = 3$ pouces : ſi on ſubſtitue ces nombres dans la formule, on aura $Q = \frac{100 \times \frac{1}{2}}{9 - \frac{1}{2}}$ $= 5$ rubs $\frac{15}{17} = 132$ onces $\frac{16}{17}$.

521. Comme le frottement dans l'axe de la poulie ne vient que de la preſſion qu'elle ſoutient, le calcul fait pour les poulies fixes, ſervira auſſi pour les poulies mobiles, on pourra en défalquer le poids de la poulie & de la corde $= C$, lorſque C ſera une quantité très-petite relativement au poids P; ce qui donne enſuite une expreſſion plus ſimple. Si l'on fait dans ces circon-

ces le rayon C B de la poulie $= a$, & le rayon C A de son axe $= d$, substituant ces valeurs, on aura $Q = \frac{2P \times d}{3a - d}$.

522. Pour calculer le frottement du tour ABCP, il convient d'observer que les pivots soutiennent le poids de la résistance R, & celui du tour & de
Pl. 5. F. 27 la corde $= C$, & que relativement à la puissance P, elle ne gravite en aucune maniere sur les pivots A F, lorsque la manivelle se trouve dans la position verticale E D; d'où l'on aura pour le frottement dans la partie inférieure A des pivots $\frac{R + C}{3}$; mais cette puissance chargera les pivots à mesure que la manivelle passera de la position verticale à l'horizontale H P, où les pivots soutiennent ensuite l'effort total de la puissance, & celui de la quantité Q, qu'on y ajoute pour faire équilibre avec le frottement; on l'exprimera dans la position H P par $\frac{P + Q + R + C}{3}$.

Pour faire le calcul dans le cas du plus grand frottement de cette machine, c'est-à-dire, quand la manivelle est dans la position horizontale H P, il suffit de faire attention que les leviers P C B, P C A avec le point d'appui C, donnent dans l'état d'équilibre $\overline{P+Q} \times CP = R \times CB + \frac{P+Q+R+C}{3}$ X

CA, ainsi faisant les opérations accoutumées, on aura $Q = R \times \frac{3\overline{CB+CA}+C\times CA+P\times\overline{CA-3CP}}{3CP-CA}$, & nommant CP $=a$, CB $=b$, CA $=d$, on aura $Q = R \times \frac{3\overline{b+d}+Cd+P\times\overline{d-3a}}{3a-d}$; on pourra en effacer le terme Cd toutes les fois que le poids C sera très-petit relativement aux poids P & R.

Il résulte de cette formule, que la quantité Q diminue à mesure que les manivelles sont plus longues, ou que les rayons du tour & des pivots sont plus petits, ou que le poids du tour & de la corde est peu considérable.

Soit, par exemple, CP $= 12$ pouces, BC $= 4$ pouces, CA $= \frac{1}{2}$ pouce, P $= 24$ rubs, R $= 72$ rubs, & C $= 4$ rubs, substituant tous ces nombres dans la formule, on aura

$$Q = 72\,\frac{\times\overline{12\frac{1}{2}}+4\times\frac{1}{2}+24\times\overline{-35\frac{1}{2}}}{35\frac{1}{2}} = 1 \text{ rub } \tfrac{29}{71},$$

ou 413 onces $\frac{23}{29}$ pour la quantité Q à ajouter à l'extrêmité P de la manivelle HP, qui pour peu qu'elle augmente, fera mouvoir la manivelle en surmontant la résistance R & le frottement des pivots.

523. Pour calculer le frottement de la vis triangulaire, dont la nature s'exprime par Pc = Rb, en désignant par la quantité R le poids du corps at-

taché à la partie inférieure de la vis & celui de la même vis; la quantité C exprime la circonférence décrite par la puiſſance P, & la lettre b la diſtance entre deux ſpires.

Comme la puiſſance agit dans cette machine dans une direction horizontale, ainſi ſon action ne peut comprimer la vis d'aucune maniere; ſon frottement dans l'écrou s'exprime par la moitié du poids R (§. 417, n. 6). Cela poſé ſoit Q la force à ajouter à la puiſſance P, pour la mettre en équilibre avec le poids R & avec le frottement, on aura $\overline{P+Q} \times c$, pour le moment de la force $P+Q$, & $\overline{R+\frac{R}{2}} \times b$ pour le moment de la réſiſtance produite par le poids R & par le frottement de la vis, ainſi on aura dans l'état d'équilibre $Pc+Qc = \frac{3Rb}{2}$ & $Q = \frac{3Rb-2Pc}{2c}$.

Il réſulte de cette formule, que la quantité Q diminuera en même raiſon que le poids R ou la diſtance entre les ſpires; ou que la manivelle, qui décrit la circonférence $= c$, ſera plus longue.

524. Comme on a fait voir (§. 486), que les roues dentées ne ſont autre choſe qu'un tour à pluſieurs leviers, il s'enſuit que la formule donnée (§. 522), ſert préciſément à calculer le frottement que chaque roue ſoutient ſur ſon propre eſſieu.

A l'égard du frottement que ces roues ſouffrent

dans la rencontre réciproque de leurs dents, pendant qu'une roue communique le mouvement à l'autre, on le calcule de la maniere ſuivante :

L'expérience prouve que la force à ajouter à la puiſſance P, pour ſurmonter cet autre frottement eſt le $\frac{1}{18}$ de la puiſſance : cela mis en avant, ſuppoſons pour plus grande ſimplicité de calcul, que toutes les grandes roues A, B, N, aient un même rayon $= a$, que le rayon des petites roues ſoit $= b$, que le rayon de chacun de leur eſſieu ſoit $= d$, & que les trois roues ſoient toutes du même poids $= c$, on aura $\frac{bR}{a}$ pour la puiſſance, qui appliquée au point H dans la roue N, ſe met en équilibre avec la réſiſtance R, & ſubſtituant cette valeur au lieu de P dans la formule (§. 522), on aura $Q = \frac{R \times \overline{3b+d} + cd + \frac{bR}{a} \times \overline{d-3a}}{3a-d}$, pour la quantité qui ſe met en équilibre avec le frottement que cette roue ſouffre ſur ſon axe G, & ainſi la force, qui ſe met en équilibre au dit point H avec la réſiſtance & avec le frottement de l'axe, ſera $\frac{bR}{a} + \frac{R \times \overline{3b+d} + cd + \frac{bR}{a} \times \overline{d-3a}}{3a-d}$, & parce que cette force ſe communique à la petite roue E, au moyen des dents des deux roues, elle prendra l'augmentation de $\frac{1}{18}$, pour ſurmonter le frot-

tement, qui vient de la rencontre des dents; d'où la formule ci-dessus deviendra

$$\tfrac{19}{18}\times\frac{\frac{bR}{a}+R\times\overline{3b+d}+cd+\frac{bR}{a}\times\overline{d-3a}}{3a-d}, \text{ force},$$

que nous exprimerons par la quantité $=H$, qui appliquée à la dent de la petite roue E, fournit $\frac{bH}{a}$ pour la puissance dans la roue B, qui appliquée au point K, se met en équilibre avec la force H, considérée comme résistance. Faisant usage de la formule (§. 522), & y substituant H au lieu de R, & $\frac{bH}{a}$ au lieu de P, on aura

$$\frac{H\times\overline{3b+d}+cd+\frac{bH}{a}\times\overline{d-3a}}{3a-d}$$ pour le frottement que la roue B souffre sur son axe L, & on aura $\frac{bH}{a}+\frac{H\times\overline{3b+d}+cd+\frac{bH}{a}\times\overline{d-3a}}{3a-d}$ pour la force, qui se met en équilibre au point K avec les résistances & avec le frottement désignés, & comme elle est augmentée de $\frac{1}{18}$, pour surpasser le frottement de la rencontre des deux roues B, D, elle devient $\tfrac{19}{18}\times\frac{bH}{a}+\frac{H\times\overline{3b+d}+cd+\frac{bH}{a}\times\overline{d-3a}}{3a-d}$, force que nous exprimerons par K, & qui appliquée aux dents de la petite roue D, se met en équilibre avec une puissance appliquée en P, expri-

mée par $\frac{bK}{a}$; mais cette force doit auſſi ſurpaſſer le frottement, que la roue A ſouffre ſur ſon axe Z, on l'exprime par $\frac{K \times \overline{3b+d} + cd + \frac{bK}{a} \times \overline{d-3a}}{3a-d}$;

donc la force M, qui appliquée en P, ſe met en équilibre avec la réſiſtance R, & avec tous les frottements expliqués, ſera

$$M = \frac{bK}{a} + \frac{K \times \overline{3b+d} + cd + \frac{bK}{a} \times \overline{d-3a}}{3a-d}.$$

On pourra ſuivre la même méthode pour un plus grand nombre de roues dentées. Si le poids C eſt de peu de conſéquence eu égard à la puiſſance P & à la réſiſtance R, on pourra l'effacer de la formule, pour avoir une expreſſion plus ſimple de M.

525. Pour calculer le frottement des poulies compoſées, on doit faire attention, que quoique dans l'équilibre mathématique de cette machine on regarde les brins de corde comme également tendus, & comme ſoutenant une portion égale du poids R, cela ne peut plus avoir lieu dans la pratique, à cauſe des frottements, que la puiſſance doit ſurmonter, toutes les fois qu'elle tend à exciter le mouvement dans la machine: parce que chaque brin de corde doit ſoutenir dans de ſemblables circonſtances non ſeulement une partie du poids R, mais doit ſurmonter encore le

frottement de toutes les poulies précédentes, qu'il doit mettre en mouvement. Nous fuppoferons, pour rendre le calcul plus fimple, que les rayons des poulies font égaux entr'eux, & qu'on fait ufage de la formule $\frac{2Pd}{3a-d}$ (§. 521) pour le frottement, dans lequel on fait abftraction du poids de la poulie & de celui de la corde.

Cela pofé, commençons à confidérer que la corde paffe feulement fur les deux poulies N, T, & que le brin de corde C X foit noué en X; il eft clair par ce qui a été enfeigné (§. 483), que cette corde foutiendra un poids = B toutes les fois qu'on aura attaché à la poulie mobile N un poids = 2B. Si l'autre brin de corde EF n'avoit point à vaincre le frottement de l'axe N, ce brin de corde foutiendra auffi un poids = B; mais parce qu'elle doit vaincre la réfiftance du frottement indiqué, exprimé par $\frac{2Bd}{3a-d}$, le poids total foutenu par cette corde EF, fera $B+\frac{2Bd}{3a-d}$.

Pl. 6. F. 29

La puiffance appliquée en Z foutiendroit feulement un poids $B+\frac{2Bd}{3a-d}$ à l'aide de la corde GZ, qui paffe fur la poulie fixe T, s'il n'y avoit point de frottement à l'axe T; mais comme elle a auffi à vaincre le frottement exprimé par $\frac{2d}{3a-d}\times\overline{B+\frac{2Bd}{3a-d}}$, alors la force foutenue par la

corde G Z ſera exprimée par $B + \frac{2Bd}{3a-d} + \frac{2d}{3a-d}$ $\times \overline{B + \frac{2Bd}{3a-d}}$, quantité, qui exprime auſſi la puiſſance Z, qui fait équilibre à une réſiſtance attachée à la poulie N, & au frottement des deux poulies N, T.

On détermine aiſément la puiſſance Z, en faiſant attention, que le poids = 2 B attaché à la poulie mobile N, doit être donné; d'où ſubſtituant ſa valeur dans la formule, on obtient auſſitôt celle de Z.

Suppoſons à préſent, qu'on ait deux poulies mobiles M, N, & deux fixes T, V, la regle à employer pour déterminer la force, qui, appliquée en P, eſt en équilibre avec la réſiſtance R & avec le frottement des poulies, ſera toujours la même, parce qu'après avoir trouvé, comme on diſoit le poids = Z, il ſuffit de conſidérer que le brin de la corde K L ſoutiendroit auſſi le même poids, s'il n'avoit point à vaincre le frottement de la poulie M; mais parce qu'il a auſſi à ſurmonter ce frottement exprimé par $\frac{3zd}{3a-d}$, donc ce brin de corde ſoutiendra le poids $Z + \frac{2zd}{3a-d}$, quantité, qui feroit équilibre avec l'effort de la corde P S, ſi la puiſſance appliquée en P n'avoit point auſſi à vaincre le frottement de la poulie V; mais comme avec cette corde P S, elle doit auſſi

ſurmonter cette réſiſtance exprimée par $\frac{2d}{3a-d} \times \overline{Z + \frac{2zd}{3a-d}}$, alors l'effort que fera la puiſſance P, pour vaincre la réſiſtance R & les frottements des quatre poulies, ſera $Z + \frac{2zd}{3a-d} + \frac{2d}{3a-d} \times \overline{z + \frac{2zd}{3a-d}} = P$.

La valeur de la réſiſtance R étant connue, il ſera aiſé de connoître celle du poids B, en obſervant pour cela que le poids R eſt ſoutenu par les deux poulies M, N, & par conſéquent qu'elle doit être égale à la ſomme des deux poids 2 B, & être $= 2 \times \overline{B + \frac{2Bd}{3a-d} + \frac{2d}{3a-d} \times B + \frac{2Bd}{3a-d}}$; on aura donc $R = 2B + 2 \times \overline{B + \frac{2Bd}{3a-d} + \frac{2d}{3a-d} \times B + \frac{2Bd}{3a-d}}$ (1ª).

Après avoir trouvé par cette équation la valeur de B, on ſubſtituera dans l'équation $B + \frac{2Bd}{3a-d} + \frac{2d}{3a-d} \times \overline{B + \frac{2Bd}{3a-d}} = Z$ (2ª), & ſubſtituant cette valeur connue de Z, dans l'équation $Z + \frac{2zd}{3a-z} + \frac{2d}{3a-d} \times \overline{Z + \frac{2zd}{3a-d}} = P$ (3ª), on connoîtra la puiſſance cherchée P, qui doit être en équilibre avec la réſiſtance R & avec tous les frottements des poulies.

On trouvera, en procédant de la même manie-

re, dans les mouffles compoſées de trois poulies fixes & d'autant de poulies mobiles, qu'elle eſt la puiſſance, qui ſe met en équilibre avec la réſiſtance & avec les frottements de ſix poulies.

Suppoſé, par exemple, que la réſiſtance R ſoit de 400 rubs, que le rayon de chaque poulie $= a$ Pl. 6. ſoit de 6 pouces, & celui du pivot $= d$ ſoit d'un F. 31 pouce; pour trouver la valeur de la puiſſance P, il conviendra de ſubſtituer dans la premiere formule les données de R, *a*, *d*, & on aura en nombres entiers B = 92 rubs. Subſtituant cette valeur de B dans la ſeconde formule, on aura en nombres entiers Z = 115 rubs, & ſubſtituant enfin cette valeur dans la troiſieme formule, on aura P = 145 rubs, desquels défalquant 100 rubs pour la puiſſance, qui appartient à cette machine dans l'équilibre mathématique, on a 45 rubs pour le frottement des quatre poulies.

526. Lorsqu'on conſidere les formules du paragraphe précédent, on connoît aiſément, que le frottement augmente dans une proportion beaucoup plus grande que le nombre des poulies; d'où on déduit, que la perte de la force employée pour vaincre le frottement, augmente dans une proportion plus grande, que celle, dont l'action de la puiſſance augmente dans la combinaiſon des différentes poulies; de façon qu'on peut arriver au point, qu'un plus grand nombre

de poulies devienne plus désavantageux qu'utile; cela arrive auſſi par la réſiſtance des cordes. Comme on n'en a point encore fait mention, nous en parlerons dans le paragraphe ſuivant.

527. Il réſulte de l'obſervation journaliere, que les cordes ſe plient avec peine, lorſqu'il faut les filer autour des poulies & des tours, ou qu'il s'agit de leur faire prendre une figure courbe d'une maniere quelconque.

L'expérience nous apprend enſuite, que la réſiſtance des cordes, en les pliant, augmente à raiſon de leur groſſeur, ou a proportion qu'elles ſont tendues par un plus grand poids, & que la réſiſtance d'une même corde pliée ſur des cylindres de différents diametres, eſt dans la proportion inverſe des rayons du cylindre.

La quantité abſolue de réſiſtance que fait une corde du diametre de $\frac{1}{144}$ de pied liprand, qui s'entortille autour d'un cylindre, dont le rayon eſt le $\frac{1}{12}$ du même pied, ſe trouve par quelques expériences le $\frac{1}{32}$ du poids, qui tient la même corde tendue.

Si on veut comprendre ces données dans une formule générale, qui exprime la force néceſſaire $= F$, pour ſe mettre en équilibre dans tous les cas avec les réſiſtances décrites: ſoit le diametre d'une corde $= C$, le rayon du cylindre, ou de la poulie autour de laquelle on file la corde $= r$, &
ſoit

ſoit $= p$ le poids qui tient la corde tendue, on aura $F = \frac{cp}{32r}$ pour la formule cherchée.

Suppoſé, par exemple, que $c = \frac{1}{24}$ de pied liprand, $r = \frac{1}{4}$ de ce pied, $p = 72$ rubs, ſubſtituant ces nombres dans la formule, on aura $F = \frac{\frac{1}{24} \times 72}{32 \times \frac{1}{4}} = \frac{3}{8}$ d'un rub ou 150 onces.

Il importe grandement, lorſqu'on emploie des cordes, de prendre ſoin de les détortiller tout-à-fait, avant de s'en ſervir, ſans quoi leur réſiſtance augmente dans une proportion ſi grande, qu'elle rend ſouvent le mouvement des machines impoſſible, & particuliérement dans les mouſles. Il eſt néceſſaire en outre, que les cordes, dont on ſe ſert dans les mouſles entrent aiſément dans la rainure des poulies.

528. Pour appliquer la théorie de la réſiſtance des cordes à quelque machine, & par exemple au tour, on conſidere que la réſiſtance, produite par la roideur de la corde, ſe faiſant dans l'endroit B, il faudra en conſéquence augmenter le moment $\frac{cp}{32r} \times CB$ de cette réſiſtance, dans la formule du §. 522, ce qui donnera $\overline{P+Q} \times CP = R \times CB + \frac{\overline{P+Q+R+C}}{3} \times CA + \frac{cp}{32r} \times CB$, Pl. 5. F. 27

d'où on tire enſuite la valeur Q, qui jointe à la puiſſance P, ſe met en équilibre avec la réſiſtance

R, avec le frottement, avec le poids du tour; & avec la roideur de la corde.

Si on a à calculer la résistance des cordes dans un moufle composé, on procédera d'une maniere tout-à-fait semblable à celle qui a été enseignée ci-dessus pour les frottements; & pour embrasser toutes les résistances qui se rencontrent dans cette machine, on mettra dans le calcul de chaque poulie, la résistance, qui vient du frottement, & celle qui vient de la résistance de la corde. Si on fait l'évaluation de cette maniere, on trouvera qu'en multipliant les poulies dans les moufles, on arrive à un point, que la combinaison en est plutôt nuisible, qu'avantageuse (§. 526). C'est pourquoi le machiniste, aulieu d'employer, par exemple, un moufle avec six poulies fixes & autant de mobiles, en emploiera trois composés, chacun de deux poulies fixes, & de deux poulies mobiles; parce qu'il évite par ce moyen le grand frottement, & la résistance qui se rencontre dans un moufle de douze poulies.

529. En recapitulant tout ce qui a été dit jusqu'à présent sur le frottement, il existe comme loi constante de la nature: tous les corps, qui se meuvent appuyés ou soutenus par d'autres corps, y sont sujets dans le tems de leur mouvement, & comme il résulte aussi, que le frottement produit une résistance considérable, qui s'oppose au mouvement, il suit clairement:

1°. Qu'une machine, mise en mouvement par une puissance, fera toujours un plus grand effet à mesure que la machine sera plus simple. La théorie va précisément de pair avec l'expérience, pour confondre & réfuter l'idée de ceux, qui, ignorants en méchanique, se persuadent de pouvoir augmenter l'effet total d'une force déterminée, en rassemblant plusieurs machines simples, pour en faire une composée.

2°. Que le frottement est une des causes principales, qui détruit dans le monde physique l'effet de la force d'inertie des corps en mouvement, & s'oppose à ce qu'aucun corps puisse avoir un mouvement perpétuel, sans être continuellement sollicité par une force. On voit aisément par-là, combien est chimérique le mouvement perpétuel, dont les ignorants en méchanique se sont occupés plus d'une fois.

Il est important d'observer ici, que quoique le frottement devienne incommode & onéreux dans bien des machines, il devient cependant utile pour d'autres ; attendu qu'occasionnant le mouvement uniforme dans les machines en mouvement, on obtient par ce moyen de très-grands avantages. On observera au chapitre V. plusieurs de ces avantages. On pourra en attendant remarquer, que l'effet de la force motrice dans les horloges consiste seulement à surpasser le frottement

des roues, qui le compofent, c'eſt par-là qu'on obtient un mouvement très-uniforme, qui nous met à même de meſurer le tems avec une grande préciſion.

Le frottement devient auſſi utile dans la chevre de l'artillerie, dans le cabeſtan & dans d'autres ſemblables machines; parce qu'en entortillant la corde trois ou quatre fois ſur le tour, il ne faut enſuite qu'une très-petite force appliquée à un des brins de la corde, pour réſiſter à une grande force, qui agit ſur l'autre brin. On voit journellement dans la pratique un homme ſeul retenir en l'air des poids très-conſidérables.

CHAPITRE QUATRIEME.

Des forces mouvantes des machines.

530. Les forces qu'on emploie pour mettre les machines en mouvement, l'action de la peſanteur, qu'on nomme poids, la force des hommes & des animaux, les reſſorts, l'air, la fumée, le feu & l'eau; toutes ces forces ſont des preſſions par leur nature; elles agiſſent dans un tems fini en preſſant, pouſſant ou en tirant (§. 254), & leur action peut toujours ſe comparer ou s'exprimer par un poids (§ 303); elles ſert par conſéquent de module, pour meſurer & déterminer l'intenſité & l'énergie de toutes ces forces.

C'eſt un poids, qui fait mouvoir toutes les horloges à contre-poids, ainſi que les roues dans lesquelles on fait marcher les hommes & les animaux.

Les horloges à pendules & les montres ſont animées par un reſſort. Les hommes & les animaux donnent le mouvement à différentes machines par la force de leurs poids, ou par celles de leurs muſcles; dans les pays expoſés à la fréquence des vents, l'air donne le mouvement aux moulins & à d'autres machines d'importance. La fumée ne ſert que dans les cuiſines, pour faire tourner une petite machine, avec laquelle on fait cuire le rôti. Dans les pays, où les eaux courantes ſont rares, & où d'un autre côté on abonde en bois, on emploie le feu pour mouvoir certaines machines, pour élever l'eau des endroits profonds. Dans le Piémont enſuite & dans la Lombardie, où les eaux courantes ſont communes, on en fait un grand uſage pour mouvoir des machines de toute eſpece.

531. Quand on raiſonne des forces, qui donnent le mouvement aux machines, on doit toujours conſidérer, ſi elles ſont conſtantes ou variables de leur nature, ou bien ſi la loi de leur action eſt altérée par la maniere, dont les forces ſont appliquées à la machine.

On doit faire les mêmes réflexions ſur les réſiſtances, qui doivent l'emporter dans la machine.

532. Lorsqu'on emploie les hommes ou les animaux, pour mettre une machine en mouvément, il eſt néceſſaire, pour en meſurer la force, d'avoir égard à la nature & à la durée du travail, que l'on prétend exécuter avec cette machine, & à la maniere dont on peut y appliquer la force mouvante. Car quoiqu'un cheval puiſſe dans un eſpace de tems très-court vaincre une réſiſtance de 7 à 800 livres, & qu'un homme puiſſe ſoutenir pendant quelques minutes un poids de 200 livres. Nonobſtant ce, lorsqu'il s'agit de travailler pendant des heures ſucceſſives, on fait enſorte, que chacun ne déploie qu'une force beaucoup moindre, & puiſſe agir avec telle liberté & de façon, que le travail devienne moins incommode.

533. On trouve, en examinant la force des hommes, qu'elle dépend du poids de l'homme & de l'activité de ſes muſcles. La différente poſition, où l'homme ſe place le corps, pour déployer ſa force, eſt cauſe que tantôt il agit par ſon propre poids, tantôt avec ſes muſcles, & tantôt avec les deux forces réunies. L'agilité & la dextérité d'un homme fait que l'un travaille plus qu'un autre également fort; mais ce plus grand travail vient uniquement de la plus grande adreſſe acquiſe dans

l'emploi de ses propres forces : cela se prouve en voyant souvent des hommes robustes & grossiers, qui operent beaucoup moins que d'autres moins forts; mais qui en récompense déploient plus d'adresse dans une espece particuliere de travail.

Il est donc nécessaire, lorsqu'il s'agit d'employer la force des hommes pour mouvoir une machine, de considérer les différentes manieres & positions, dans lesquelles l'homme peut agir ; il convient en outre de déterminer la quantité de sa force pour chaque maniere d'agir, en distribuant cette force de façon que l'homme puisse travailler huit ou dix heures chaque jour, moyennant qu'on lui accorde le repos d'une heure, & une restauration convenable après un travail de quatre ou cinq heures.

Nous nommerons cette force, force ordinaire & commune; comme elle doit se déployer à l'aide des muscles, elle pourra être plus grande, si le tems du travail est plus court; mais si l'homme doit travailler dans de longues journées d'été, il sera forcé d'employer une force moindre, afin de pouvoir continuer le travail tout le jour.

Il est nécessaire en outre, que la force commune de l'homme soit exercée avec une vitesse déterminée quelconque, pour ne pas perdre le tems inutilement par un mouvement trop lent, ou

aussi pour qu'il ne perde pas la respiration, en agissant avec trop de vitesse.

534. On évalue ordinairement le poids d'un homme de taille & de corporance ordinaire à 160 ou 170 livres *); mais la force de ses muscles se calcule au double, & souvent plus, quoiqu'il soit d'une force ordinaire. Un homme à genou s'éleve facilement en s'appuyant sur la pointe des pieds, c'est-à-dire, qu'il éleve le poids de son propre corps par la force de ses muscles, de ses jambes & de ses cuisses.

Si on met sur les épaules d'un homme un fardeau de 170 livres, & que cet homme ait les jambes un peu inclinées sur le devant; s'il vient à bout par la force de ses muscles de se redresser bien droit sur ses jambes, il éleve par ce mouvement le poids de son propre corps & celui du fardeau qu'il porte, c'est-à-dire, que la force de ses muscles se manifeste double du poids de son corps.

Cela posé, nous citerons les forces qu'un homme peut déployer dans une machine dans les circonstances les plus intéressantes:

1°. Supposons qu'un homme A marche dans

---

*) L'auteur veut dire vraisemblablement ici, poids de marc, ce qui est l'évaluation acceptée par l'académie des sciences, autrement si c'étoit poids de Turin, l'homme ne peseroit que 114 livres, 425, poids de marc.

une roue B F, où il y ait des gradins G & l'appui H; cet homme agira avec tout le poids de son corps, c'est-à-dire, avec 160 livres & fera tourner la roue de B vers E Le moment de cette force dépend de la longueur horizontale C D du levier, dont le point D est déterminé par la ligne d'à plomb D A, qui passe par le centre de gravité de l'homme, qui continue à marcher, à mesure qu'il se sent transporté en arriere par la roue; tant que la roue a son centre bien juste dans l'axe, & que les frottements sont diminués autant que l'art le permet, l'homme peut marcher dans cette roue pendant quelques heures successives. Pl.6. F.30

2°. Si on a une poulie fixée en haut, & qu'un homme tire la corde B P de haut en bas, pour faire monter la résistance R, sa force ordinaire sera de 75 livres environ, & si le même homme cherche à l'augmenter en tirant, il ne pourra pas soutenir longtems ce travail. La plus grande force qu'un homme puisse employer dans ce travail est égale à son poids, c'est-à-dire, à 160 ou 170 livres; mais il est nécessaire pour cela, qu'il se suspende à la corde. Pl.5. F.26

3°. Un homme A, qui à l'aide de la poulie fixe C, dont on suppose le frottement réduit au moindre terme possible, éleve un poids R, en marchant sur le plan horizontal B D avec une vitesse de 2 pieds par chaque minute seconde, agit avec Pl.6. F.31

une force ordinaire de 35 à 40 livres, l'action de l'homme dans ces circonstances vient seulement d'une partie du poids de son corps, qui se panche nécessairement vers B.

4°. L'homme appliqué à une manivelle horizontale fichée dans un arbre vertical, ou à la manivelle d'un cabestan, qui pousse ou tire la manivelle dans une direction qui lui soit perpendiculaire, déploie aussi une force de 35 à 40 livres. La même chose arrive lorsqu'en tirant une charrette, ou qu'en marchant le long des bords d'un fleuve, il tire un bateau avec une corde; sa façon d'agir étant dans ces circonstances toujours la même & semblable à celle de la figure 31.

5°. Si un homme veut élever le poids R avec une poulie fixe C, en appuyant fortement les pieds contre l'obstacle fixe D, pour pouvoir se
Pl. 6. F. 32 plier dans la position D A, & tirer la corde C H avec les mains, cette maniere d'agir sera plus d'effet que toutes les autres, parce que l'action d'un plus grand nombre de muscles y concourt, & que le poids du corps fait force à l'aide du levier. La force, que les hommes déploient dans cette position, surpasse aisément le poids double de leurs corps, c'est-à-dire, qu'elle outrepasse 340 livres; mais celle des hommes, dont les muscles sont robustes, produit des effets prodigieux. En outre la force ordinaire ne doit pas dans cette

maniere d'opérer outrepaſſer 80 livres, afin que l'homme puiſſe continuer ce travail quelques heures. Si enſuite le même homme s'aſſit ſur un pliant F, il pourra réſiſter plus longtems à ce travail, cette façon d'agir étant moins incommode.

§ 35. Pour qu'un homme, qui fait tourner un treuil, puiſſe travailler huit ou dix heures chaque jour, en élevant un poids avec la viteſſe de 2 pieds par minute ſeconde, il faudra que la nature de la machine & les réſiſtances ſoient combinées de façon, que l'homme n'ait jamais plus de 40 livres à ſurmonter *). La force de l'homme change dans cette maniere de travailler à chaque point de la circonférence, que décrit la manivelle; il déploie la plus grande force, lorsque la manivelle ſe trouvant dans l'endroit le plus bas, l'homme la tire à lui ; il déploie au contraire la plus petite force, lorsque la manivelle ſe trouvant dans l'endroit le plus élevé, l'homme la pouſſe dehors & l'éloigne de lui.

Si aulieu d'un homme ſeul au treuil, on en met deux, & que les manivelles ſoient diſpoſées de façon, que, quand l'une ſe trouve au plus bas, l'autre ſe trouve au plus haut, ces deux hommes

*) Ici l'auteur emploie les livres de Turin dans ſon évaluation, qui reviennent à 26 livres, 875 poids de marc, ce qui ſe rapproche des 25 livres, qu'on adjuge ordinairement pour la force uniforme de l'homme qui travaille.

Il suffit, pour prouver cette vérité, de se servir d'une force inanimée, pour faire mouvoir la machine; parce qu'on trouve que la puissance doit être plus grande, lorsqu'on adapte à la même machine une roue pour faire usage de la force centrifuge.

Quelquefois, aulieu d'une roue pesante, on fixe à l'extrémité de l'arbre deux leviers, qui se croisent à angles droits; on y adapte des poids aux extrémités. On nomme cette combinaison modérateur ou régulateur.

§ 37. Si un homme traîne quelque poids, il doit, pour la facilité du travail, en porter une partie.

L'expérience apprend, que si un homme tire un poids avec une charrette à main, de façon que la plus grande partie du poids s'appuie sur la roue, cet homme a de la peine à faire mouvoir la charrette; mais si le même homme s'approche de la machine au point de soutenir avec les bras la plus grande partie du poids, alors la charrette se meut plus aisément.

L'homme qui fait rouler avec une corde un rouleau sur un terrein mol, pour en applanir le sol, travaille avec beaucoup de peine toutes les fois, que l'axe du rouleau est à la hauteur de la main qui tire la corde; mais si l'axe du rouleau est plus bas, & que l'homme fasse passer la corde sur son épaule, il travaillera avec beaucoup moins

de fatigue, attendu qu'il ſoutient une partie du poids du rouleau.

Deux hommes appliqués aux brancards d'une charrette, qui eſſaient de la tirer, ont beaucoup de peine, quand la charrette eſt chargée de façon que le centre de gravité du poids & de la charrette réunis ſe trouvent dans la ligne d'à plomb, qui paſſe par le point où la roue s'appuie ſur le terrein; mais ſi un de ces hommes vient à pouſſer la charrette par derriere dans une direction telle, qu'il charge l'autre homme placé dans les brancards, alors le mouvement de la charrette deviendra plus aiſé.

Lorsqu'on ne réfléchit pas à toutes ces loix, que la nature nous montre tous les jours, il arrive que le machiniſte fait ſouvent de telles combinaiſons dans la machine, qu'elles produiſent un effet oppoſé à celui qu'il s'étoit propoſé.

538. Le cheval eſt conſtruit de façon que cet animal agit avec la plus grande force, quand il tire un poids en ligne droite parallele au plan horizontal ſur lequel il marche, & que la corde, ſur laquelle il tire, s'appuie ſur le poitrail. Si on attele dans ces circonſtances un cheval à une charrette de façon qu'une partie du poids lui porte ſur le dos, cet animal tirera pendant pluſieurs heures un poids de 1000 livres, pourvu que le ſol, ſur lequel il marche, ſoit ſolide.

539. On évalue à 240 ou 250 livres *) la force ordinaire qu'un cheval déploie dans les circonstances ci-dessus, pour tirer un poids de 1000 livres, & la vitesse de son mouvement à 2 pieds par chaque minute seconde, de façon que cet animal parcourra 1200 grands pas **) par heure, & pourra continuer pendant dix heures environ, pourvu que pour entremêler ce tems, on lui donne au moins une heure de repos, & qu'on le nourrisse convenablement. S'il faut, pour tirer le chariot ou la charrette, une force de 200 livres, le cheval se mettra en mouvement avec une vitesse de 2 pieds ½, & marchera ainsi 1500 pas par heure; mais si le même cheval doit dépenser 300 livres de force, sa marche deviendra plus lente, & il ne pourra plus travailler que sept à huit heures par jour.

On regarde la force de 300 livres pour tirer un chariot, comme très-petite & très-commode pour les bœufs du Piémont, supposant qu'ils doivent travailler pendant plusieurs heures; mais on calculera la force ordinaire de ces animaux à 400 livres, lorsqu'il ne sera question de les faire marcher que peu de tems. S'il s'agit ensuite de faire avec

*) Ceci est livres de Turin.

**) Ces grands pas nommés *trabocchi* en Italien, sont doubles du pas géométrique.

avec eux un effort qui dure quelques minutes, on pourra évaluer leur force à 1000 livres & plus.

540. Si on vient à placer un cheval à la manivelle horizontale fichée dans l'arbre vertical d'une machine, & que cet animal ait à tirer en marchant horizontalement, sa force ordinaire sera aussi de 240 à 250 livres (§. 539), pourvu que la longueur de la manivelle soit au moins de 12 pieds, afin que le cheval tire dans une direction perpendiculaire à la manivelle; mais si la manivelle est seulement de la longueur de six pieds, l'action du cheval sur cette manivelle se trouvera diminuée presque de deux cinquiemes, à raison de l'obliquité de son tirage.

541. L'expérience fait aussi connoître, que si un cheval tire une charrette, il marche avec plus d'aisance, lorsque la charrette est chargée de façon, qu'une partie du poids porte sur le dos du cheval, & que cette partie, que le cheval porte, a une proportion déterminée avec le poids total, qu'il tire. C'est justement la raison pourquoi on fait porter les voitures à deux roues sur le dos du cheval, qu'on met dans le brancard, & le voiturier monte l'autre cheval destiné aussi à tirer la voiture.

Comme les carrosses ont leurs roues de devant beaucoup plus basses que celles de derriere, &

que les traits font attachés plus bas que le poitrail des chevaux, qui tirent le carroffe, il arrive que les chevaux tirent dans cette pofition avec bien plus de force, qu'ils ne feroient fi les roues de devant étoient plus hautes, & pourvu que les traits de chaque cheval foient liés entr'eux par un harnois, qui paffe deffus l'animal, & ne lui charge ni le dos ni le col dans le tems du tirage.

Parce qu'une partie du poids de l'artillerie, qu'on fait tirer par les bœufs porte fur le col de ces animaux, & que le charroi en eft difficile, on fait dans les voitures, que nous nommons *haquets*, les roues de devant plus baffes, & on fait paffer la corde, à laquelle on attache les bœufs, deffous l'effieu du train de devant du même haquet.

542. Lorsqu'on fait tirer les chevaux contre une pente difficile, leur force ordinaire, qui dans le plan horizontal eft de 240 à 250 livres, fe trouve réduite dans la montée ci-deffus à 160 livres, & quelques fois encore à 120, fi la pente eft très-difficile. Cela fait voir que la ftructure du cheval eft défavantageufe, pour faire effort dans les montées, aulieu que celle de l'homme eft beaucoup plus propre pour agir dans de femblables circonftances.

Il réfulte de l'expérience, que dans les montées la force du cheval équivaut feulement à celle de quatre hommes qui tirent; mais la force du

même cheval dans la plaine égalise celle de sept hommes, qui marchent tous avec la même vitesse.

543. Entre les forces inanimées les plus propres à mouvoir une machine sont la pesanteur, l'élasticité & les eaux courantes.

On emploie la pesanteur dans les horloges dites à contre-poids ou d'autres semblables machines, & dans celles, où l'on fait marcher les hommes & les animaux dans la roue mouvante. On employoit auparavant l'invention de la poudre, la force des corps élastiques dans les machines de guerre, avec lesquelles on lançoit des fleches, & l'on jettoit des pierres très-pesantes à des distances considérables; on fait servir à présent cette force pour les horloges à pendules, pour les montres, pour le briquet du fusil vulgairement nommé *platine*.

La force des eaux courantes est d'un très-grand usage en Piémont & dans toute la Lombardie. Il est nécessaire, pour se servir de cette force, de savoir la rendre constante & la mesurer. Cette connoissance appartient à l'*hydrométrie*, science très-belle & très-utile, qui forme une des principales branches de l'hydraulique. Nous ne nous engagerons pas dans cette science, pour ne pas perdre de vue notre objet, & nous nous réduirons à résoudre les deux problêmes suivants, parce que cette solution est nécessaire au machiniste.

1°. Déterminer la quantité d'eau, qui ſort uniformément dans une minute ſeconde par une ouverture faite à un récipient, où l'eau ſe maintient à la même hauteur.

2°. Meſurer la quantité d'eau, qui ſort uniformément dans une minute ſeconde par un canal, ou paſſe par une ſection de ce canal, pendant que l'eau ſe maintient au même état, c'eſt-à-dire, ne croît ni ne diminue dans le canal.

544. Si on emplit d'eau un vaſe cylindrique ou fait en priſme A B D K, qu'on diviſe ſa hau-
Pl.6. F. 33 teur A B en parties égales A C, C G, G H, H B, & qu'on ouvre un trou F dans la baſe B D, on obſerve que l'eau ſort ſelon une loi telle que les parties égales du vaſe ſe vuident en tems inégaux, que la partie ſupérieure A C eſt celle qui ſe vuide plus vite, enſuite l'autre C G qui ſuit, & que la partie inférieure H G eſt celle qui met un plus long tems à ſe vuider. On voit donc, que l'eau ſort du même trou avec un mouvement retardé, & ainſi que la quantité d'eau, qui ſe décharge en tems égaux, devient moindre à meſure que l'eau baiſſe dans le vaſe. Si dans ces circonſtances on introduit d'autre eau dans le vaſe par un flux continuel, & en telle quantité qu'elle s'y maintienne invariablement à la même hauteur, on verra que l'écoulement ſe fait alors uniformément par le trou F, parce que l'eau fournit une quantité égale dans des tems égaux.

Cette loi fondamentale étant établie, on comprend aiſément, que pour rendre conſtante la force de l'eau qui ſe décharge par une ouverture faite dans un récipient, il eſt néceſſaire d'en rendre l'écoulement uniforme, en introduiſant continuellement par un canal, ou aqueduc, une quantité d'eau ſuffiſante dans le récipient, pour qu'elle s'y maintienne à la même hauteur.

Après qu'on aura obſervé dans le récipient l'eau réduite à un état permanent relativement à ſa hauteur, il conviendra meſurer celle qui ſort librement par l'ouverture ou par une écluſe. Pour cela on introduira dans une capacité $= Q$, exprimée en pieds cubes, l'eau ſortant de l'écluſe qu'on laiſſoit auparavant s'échapper ailleurs, & l'on marquera le nombre de minutes ſecondes néceſſaires pour emplir cette capacité. La formule $\frac{Q}{t}$ exprimera la quantité de pieds cubes, qui ſortent par le récipient dans une minute ſeconde. On pourra exprimer auſſi cette quantité avec un poids ou un nombre de *brindes* & de *pintes*, puiſqu'on ſait qu'un pied cube d'eau peſe 367 livres, que la *brinde* de Turin eſt de $\frac{157}{432}$ d'un pied cube, & que cette *brinde* ſe ſubdiviſe en 36 pintes.

On meſurera auſſi de la même maniere la quantité d'eau, qui dans une minute ſeconde ſe décharge librement par un canal, dans lequel on maintient l'eau invariablement à la même hauteur.

La maniere qu'on vient d'indiquer pour mesurer l'eau qui sont par une écluse, & celle qui coule dans un canal, est la plus simple & en même tems la plus précise; mais comme à cause de l'endroit & de la dépense, qu'on exige pour faire l'expérience, elle n'est pas toujours avantageuse à pratiquer, il est par conséquent à propos de donner d'autres méthodes pour résoudre les deux problêmes (§. 543), en faisant remarquer ici, qu'on supposera toujours dans tous ces raisonnements, que l'eau dans chaque cas particulier se maintienne constamment à la même hauteur telle qu'elle puisse être.

545. On a observé dans le second chapitre de l'hydrostatique, que les liqueurs d'un récipient pressent continuellement contre le fonds & contre les parois du récipient, & on a démontré aussi, que la pression contre chaque point physique, qui constitue la surface intérieure du vase, est proportionnelle à la hauteur. Cela posé, on voit facilement, que si on fait un trou au fond ou dans les parois d'un récipient, le mouvement des petites parties d'eau, qui sortent actuellement par ce trou, dépendra non seulement de la propre pesanteur; mais encore de la pression, que les autres petites parties placées supérieurement exercent sur les inférieures. Et par conséquent, que la vitesse de celles, qui sortent, doit être propor-

tionnelle à la hauteur de l'eau, & qu'à tems égal elle sortira du même trou en plus grande ou moindre quantité, à mesure que la hauteur susdite sera ou plus grande ou plus petite; si on la nomme =A, $\sqrt{38 A}$ sera la vitesse donnée pour une minute seconde. Cette proposition a été démontrée par d'habiles philosophes, par des raisonnements métaphysiques, & a été confirmée par les expériences les plus communes, ayant tenu compte des frottements.

546. Que la quantité d'eau, qui se décharge par le trou E du fond horizontal H R du récipient B H C, soit proportionnelle à la grandeur du trou toutes les fois qu'il n'est pas empêché par d'autres causes, cela est évident de soi-même; ainsi, si on dit, que la superficie de ce trou = S, la formule S $\sqrt{38 A}$ exprimera la quantité d'eau, qui doit sortir du trou horizontal dans une minute seconde. Pl. 6. F. 34

Si on perce le trou dans un des parois verticaux du récipient comme B F G Q, comme dans ce cas la vitesse, avec laquelle chaque couche horizontale d'eau K L r p infiniment mince sort, varie à mesure qu'elle est plus distante de la surface B P de l'eau, il faudra trouver leur vitesse moyenne. Supposé que le trou soit rectangle, si par chaque point L, on éleve L Q perpendicu-

laire à la verticale G Q, & qu'on fasse toujours L O $= \sqrt{38 \, QL}$ (§. 283), la ligne Q O I, qui passera par tous les points O, sera l'échelle de la vitesse sur la directrice G Q, & cette échelle sera la parabole Appollonienne de l'équation $px = y^2$, faisant l'abscisse L Q $= x$, & l'ordonnée L O $= y$.

Cela supposé, & ayant fait la largeur du rectangle F G $= m$, si on fait attention que le côté Lp infiniment petit de la couche K L rp, s'exprime par dx, on aura $m\,dx$ pour la base d'une colonne d'eau, qui multipliée par la vitesse correspondante L O $= y$, donnera $my\,dx$ pour le solide d'eau, qui doit sortir par le trou K L rp, & dont l'intégrale donnera la quantité d'eau, qui sort par le trou B G F Q dans une minute seconde. Pour avoir cette intégrale, si on substitue au lieu de y sa valeur $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$ donnée par l'équation $y^2 = px$, on aura $my\,dx = mp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$, & intégrant nous aurons $\frac{2}{3} mp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}$, substituant de nouveau y au lieu de $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$, on aura $\frac{2}{3} myx$, si on suppose, que x augmente au point d'être égale à la hauteur G Q, on aura $y = \sqrt{38 \, GQ}$; d'où nous aurons $\frac{2}{3} myx = m \, GQ \times \frac{2}{3} \sqrt{38 \, GQ}$: c'est-à-dire, la quantité d'eau, qui sortira dans une minute seconde du trou rectangle B F G Q, sera égale à celle qui sortiroit par le même trou fait dans le

fond horizontal d'un récipient, dont la viteſſe de l'eau feroit égale aux $\frac{2}{3}$ de celle que donne la hauteur G Q. La quantité $\frac{2}{3}\sqrt{38\,GQ}$ ſe nomme *viteſſe moyenne.*

Si enſuite le trou rectangle eſt ſous la ſurface de l'eau comme F G V T, on trouvera par la méthode donnée $m\,QV \times \frac{2}{3}\sqrt{38\,QV}$, pour la quantité d'eau qui ſortiroit par le trou B T V Q, qui ſouſtraite de la premiere dans le reſte $m\,GQ \times \frac{2}{3}\sqrt{38\,GQ} - m\,QV \times \frac{2}{3}\sqrt{38\,QV}$, donnera la quantité d'eau, qui ſortira dans une minute ſeconde par l'écluſe F G V T.

La hauteur B T compriſe entre la ſurface B P de l'eau & le côté ſupérieur T V du trou, ſe nomme *vanne* ou *pied droit*, & lorsqu'il eſt conſidérable, & que la hauteur F T du trou F G V T n'eſt pas bien grande, on peut déduire la viteſſe moyenne de la hauteur N Z interceptée entre la ſurface B P de l'eau, & le centre N de la figure du trou, ſans commettre en cela d'erreur ſenſible; d'où l'on aura $m\,FT\sqrt{38\,NZ}$ pour la quantité, qui ſortira par cette écluſe.

547. On nomme *quantité naturelle*, l'eau qu'on obtient par la formule du paragraphe précédent, & elle eſt toujours plus grande, que celle qui ſort réellement par les trous ci-deſſous, qu'on appelle *quantité effective*. La différence de ces deux

quantités est modifiée par bien des causes ou circonstances; il y en a quelques unes, qui font varier l'écoulement de l'eau; mais les autres n'en alterent seulement pas la quantité.

Pl.6. F.35 Si on ouvre un trou B D au fond horizontal d'un récipient, on observe que la lame d'eau, qui sort par ce trou a une figure irréguliere, que cette irrégularité augmente en raison de l'épaisseur B K du fond, & que la quantité d'eau, qui sort dans des tems égaux, varie. Afin donc de rendre l'écoulement de l'eau uniforme, & d'avoir une figure uniforme dans cette lame, on arme le trou d'un entonnoir K L M N de figure pyramidale, ou d'un cône tronqué, selon qu'il convient à la circonférence de l'orifice B D, en faisant le côté ou diametre M N = $\frac{3}{4}$ K L, & la longueur K M de l'entonnoir égale environ à K L. Les choses ainsi disposées, on observe que la quantité d'eau qui sort est beaucoup plus grande qu'auparavant, & que la lame M N H P, a une figure un peu moins que réguliere, elle va ensuite en se resserrant jusqu'à un certain point H P, au delà duquel elle s'aggrandit de nouveau, & cette dilatation croît à mesure que l'eau s'avance vers Q.

La section qu'on suppose faite à l'endroit H P, où la lame est extrêmement contractée, se nomme *section rationnelle*, pour la distinguer de celle de la lame M N, qui s'appelle *section physique*, &

on observe, que la section rationnelle reste constante, que la lame devient fixe en cet endroit, & que la surface F G de l'eau reste tout-à-fait pleine dans le récipient, toutes les fois que la hauteur M Z est grande, eu égard à la section physique; mais si cette hauteur est petite, il se formera un creux dans la même surface correspondante au trou B D, & ce creux deviendra ensuite une ouverture en forme d'entonnoir, qui ne cessera de tournoyer tant que la hauteur Z M diminuera, d'où il suit que la lame d'eau M N H P ne sera plus fixe comme auparavant, & l'écoulement deviendra inégal.

Supposé donc, qu'on ait rendu, au moyen des observations citées, l'écoulement de l'eau M N H P uniforme, si on mesure la section rationnelle H P, & qu'on la multiplie par $\sqrt{38\,MZ}$, vitesse correspondante à la hauteur de l'eau, on aura dans le produit la quantité effective, qui sort dans une minute seconde.

548. Si la proportion entre la section physique & la rationnelle étoit toujours la même, il suffiroit avec l'expérience de la déterminer dans un seul cas, pour trouver avec le secours du simple calcul la quantité d'eau, qui se déchargeroit par une écluse de grandeur & de figure quelconque; mais parce que cette proportion est altérée par différentes causes, il est nécessaire de mesurer la section rationnelle dans chaque cas particulier.

Trois principales causes ou circonstances, outre celles qui sont déjà décrites, modifient la quantité d'eau, qui sort par une écluse ; ce sont :

1°. Les parois du récipient trop près de l'écluse, qui troublent l'affluence de l'eau vers la même écluse.

2°. Le frottement, que l'eau éprouve au bord de l'écluse.

3°. Le reflux que l'eau, sortant de l'écluse éprouve par d'autre eau placée trop près au-dessous.

549. Si au fond de deux récipients prismatiques ou cylindriques, dont l'un soit très-grand & l'autre très-étroit, on ouvre des trous égaux B D, auxquels on adapte les entonnoirs semblables & égaux K L M N, & qu'on maintienne l'eau dans les deux récipients à la même hauteur M Z, il arrive que la quantité donnée par le récipient étroit, est moindre que celle de l'autre (§. 548. n. 1). Pour connoître, d'où provient cette différence, il suffit de mettre dans un vase très-large & plein d'eau différents corpuscules de la même pesanteur spécifique que l'eau, & d'ouvrir un trou au fond du vase. Dans ces circonstances on observe, au moyen de ces corpuscules, que non seulement l'eau qui surnage au trou M N est en mouvement; mais que les petites parties latérales I I s'avancent aussi vers l'écluse, par où elles sortent ensemble avec les autres. On comprend aisément

par cette obſervation, que l'affluence de l'eau vers l'écluſe eſt embarraſſée ou rallentie par les parois voiſins C F, E G dans le récipient étroit, & qu'ainſi la quantité qui ſort de l'orifice M N, diminue à raiſon de cet embarras. En effet, ſi on pratique une écluſe double & de même figure que l'autre dans le récipient étroit, on trouvera que la quantité qui ſort, ſera au-deſſous du double; l'affluence des parties latérales étant dans ces circonſtances très-retardée par les parois les plus voiſins du trou double.

550. Si on perce deux orifices égaux & de figures différentes au fond d'un grand récipient, & qu'on les arme d'entonnoirs correſpondants, enſorte que la circonférence d'une ſection phyſique ſoit ſenſiblement plus grande que celle de l'autre ſection, la quantité d'eau qui ſortira par la ſection du plus grand, ſera moindre que celle qui ſort par l'autre ſection (§. 548. n. 2).

On attribue cette différence au frottement de l'eau contre le bord de l'écluſe, & on trouve d'après pluſieurs expériences, qu'elle a une relation conſtante avec la proportion des circonférences. En effet, toutes les fois qu'on ouvre dans ce récipient deux trous de figure ſemblable, de façon, que l'un ſoit double de l'autre, comme la circonférence du trou double devient moindre que le double de l'autre circonférence, & par conſé-

quent moindre que le frottement, ainsi l'on trouve qu'il se dégorge d'un orifice double une quantité d'eau plus grande que le double, parce que l'affluence des petites parties latérales n'est plus troublée par les parois, en étant très-éloignées.

551. Enfin on prouve par l'expérience, que si l'eau, qui sort par une écluse, rencontre d'autre eau si près, qu'il y ait un reflux ou un regonflement (§. 548. n. 3), l'eau sortira en moindre quantité. Pour sauver cet obstacle, on fera ensorte, que l'eau placée inférieurement soit au moins distante de l'écluse de la triple longueur qui se trouve entre la section physique & la section rationnelle de la lame d'eau qui sort de l'orifice.

552. Toutes les fois que le trou fait dans la paroi verticale d'un récipient est ouvert de haut en
Pl.6. F.34 bas, comme B F G Q, la lame d'eau, qui se décharge par-là, devient d'une figure très-irréguliere, & spécialement vers la partie supérieure B Q, ce qui fait qu'on ne peut la calculer; mais si le trou est dessous la surface de l'eau comme F G V T & qu'il y ait une grande ouverture, alors la lame deviendra de figure réguliere, sera rassemblée & son écoulement se fera uniformément. C'est pourquoi, si on multiplie la section rationnelle par la vitesse $\sqrt{38 NZ}$ (§. 546), on aura pour le produit la quantité effective d'eau.

On doit, en pratiquant cette maniere de mesu-

rer l'eau, avoir égard aux causes décrites dans les deux paragraphes précédents, parce que les mêmes causes peuvent modifier la quantité, qui fort par ces écluses.

553. La théorie qu'on vient de citer, sert aussi pour mesurer la quantité d'eau, qui passe dans une minute seconde par la section d'un canal aussi irrégulier qu'il se puisse. On choisit pour cela un endroit sur la longueur du canal, auquel adaptant une clôture exacte, qui en traverse verticalement la largeur, on parvienne à établir un long regonflement contre l'arrivée des eaux, & qui donne dans la partie opposée une suffisante cascade. Cela fait, on ouvre dans la clôture un trou régulier, tellement disposé dessous la surface de l'eau, que la lame devienne aussi de figure réguliere, soit rassemblée & uniforme dans son écoulement; on vuide ensuite l'eau, en augmentant l'extension jusqu'à ce qu'on observe, que non obstant la décharge, qui se fait par-là, l'eau se maintienne dans le regonflement invariablement à la même hauteur. Il est clair dans ces circonstances, que l'eau qui tombe dans le canal, est précisément égale à celle qui sort par le trou qu'on a fait, & que les choses sont réduites au cas du paragraphe précédent; d'où il suit, qu'il suffira de mesurer la section rationnelle de la lame, & de la multiplier par la vitesse, qui appartient à ce trou, ce qui donnera pour produit la quantité effective cherchée.

554. La difficulté, qui se trouve à mesurer avec précision la section rationnelle d'une lame, est cause, que la quantité d'eau déterminée comme ci-dessus, n'est qu'une approximation.

Si on fait usage de la méthode pratiquée en Lombardie, & qu'on connoisse avec le secours de quelques expériences préalables & faites suivant la regle §. 544, la quantité effective de l'eau, qui sort par un orifice donné, placé avec les circonstances qu'on vient de déterminer, le machiniste pourra ensuite résoudre avec précision les deux problêmes donnés (§. 543).

On forme un canal de bois de figure parallélipipede, long de 6 pieds, & dont la surface intérieure soit bien polie: on fait sa largeur de $\frac{5}{12}$ de pieds & la hauteur des parois de $\frac{2}{3}$ de pieds; on applique à une extrêmité du canal une traverse à angles droits, haute de $\frac{7}{12}$ de pieds; on y fait au milieu un trou quarré de la hauteur de $\frac{1}{3}$ de pieds, large de $\frac{1}{4}$ & distant de $\frac{1}{12}$ du fond; & avec une vanne au dessus de $\frac{1}{6}$ de pied. Ayant choisi un endroit convenable, on place ce canal dans une position horizontale, & on y conduit l'eau dedans, de façon qu'elle s'y maintienne toujours à la même hauteur que la traverse, & qu'il y ait très-peu de mouvement dans le voisinage de l'écluse, ensorte que l'eau y soit comme stagnante. On en dispose une autre à l'extrémité de ce canal avec

avec un fond incliné de $\frac{1}{8}$ de pied ſur la longueur de 10 pieds, de façon que l'extrêmité la plus élevée de ce fond ſe joigne avec le fond du premier canal. L'eau, qui dans ces circonſtances ſort par l'orifice décrit & ſe décharge dans le canal incliné, ſe nomme en Lombardie un *pouce d'eau*, & on nomme une *priſe d'eau* celle qui ſort par douze de ces trous, qui doivent être diſtans l'un de l'autre de $\frac{1}{6}$ de pied, lorsqu'ils ſont faits ſur la même traverſe.

Cette méthode ſert auſſi à meſurer avec exactitude l'eau deſtinée à arroſer la campagne; mais il eſt néceſſaire pour qu'elle puiſſe ſervir au machiniſte, qu'il connoiſſe encore quelle eſt la quantité effective d'un pouce d'eau. Il réſulte d'après les expériences faites dans les circonſtances décrites au terme du §. 544, que la quantité effective $\frac{Q}{t} = \frac{19}{100}$ d'un pied cube. Si on leve enſuite le canal incliné, & qu'on donne une telle chûte à l'eau qui ſort, qu'il s'échappe quelque regorgement, on aura $\frac{Q}{t} = \frac{1}{5}$ de pied. Enfin ſi le canal horizontal eſt aſſez large & profond, pour que l'affluence de l'eau vers la vanne ne puiſſe être troublée par les parois voiſins; on trouvera $\frac{Q}{t} = \frac{1}{4}$ de pied environ.

555. Ces connoissances étant établies il sera aisé
Pl. 7. F. 37 de mesurer l'eau, qui coule dans un canal FBD, il suffit pour cela de former avec des planches ou d'une autre maniere, un modele B C assemblé avec le fond horizontal & la traverse verticale C, dans laquelle on fera différents trous rectangles selon les mesures données avec une vanne au dessus de $\frac{1}{6}$ de pied, & le reste avec les circonstances décrites dans le paragraphe précédent; on ne négligera pas les précautions nécessaires pour que l'eau soit comme stagnante dans le voisinage de la traverse & que celle qui se décharge vers D par les orifices susdits, ait une telle chûte qu'elle ne rencontre point de regonflement.

Les choses ainsi disposées, si, pendant que l'eau se décharge par les trous, sa surface se maintient constamment dans le modele B C à la hauteur de la traverse, ce sera une marque certaine que l'eau qui sort par ces trous, est égale à celle qui survient F B, d'où il suffira de multiplier la formule $\frac{Q}{t} = \frac{1}{5}$ par le nombre des orifices existants sur la traverse $= n$, & on aura par le produit $\frac{nQ}{t} = \frac{n}{5}$ les pieds cubes d'eau, qui coulent dans un canal dans une minute seconde.

Si la surface de l'eau dans le modele B C est au dessous de la sommité de la traverse, il faudra fermer un ou plusieurs trous, jusqu'à ce que l'eau

s'éleve & se maintienne invariablement avec la vanne de $\frac{1}{6}$ de pied; mais si l'eau surmonte la traverse, il faudra augmenter le nombre des orifices, jusqu'à ce qu'on observe, que l'eau conserve constamment la vanne de $\frac{1}{6}$ de pied.

Cette méthode sert aussi pour faire couler par un récipient ou par un canal une quantité d'eau donnée, il suffit pour cela qu'on applique au modele B C préparé comme dessus, une traverse avec des trous correspondants à la quantité d'eau qu'on desire, après quoi on ouvrira dans le récipient ou dans le canal un orifice d'écoulement d'une telle grandeur que l'eau, qui s'écoule se maintienne toujours avec l'écluse de $\frac{1}{6}$ de pied, nônobstânt sa décharge par les trous qui sont faits.

556. Le siphon, ce qui nage sur l'eau, la roue, le tube recourbé, la romaine, & le quart de cercle à pendule, sont les instruments, dont on se sert pour mesurer les eaux courantes. Le P. Beccaria a prouvé par une suite d'expériences très-exactes faites en 1765, que la quantité d'eau qu'on tire d'un endroit D K E avec un siphon A B C, est Pl. 7. F. 38
constamment la même en tems égaux, soit que le siphon soit plongé dans l'eau stagnante ou dans l'eau courante, pourvu qu'on en tire toujours l'air, qui s'y trouve avec le petit soufflet appliqué au trou B, & qu'on ferme ensuite exactement ce trou avec de la terre grasse bien pétrie ou au-

trement; & afin que l'effet du ſiphon ſoit toujours uniforme, l'orifice percé A doit être un peu plus grand que le donné C.

Il eſt néceſſaire, pour ſe ſervir de cet inſtrument, de meſurer avec une expérience faite aux termes du §. 544, la quantité d'eau qu'il donne dans une minute ſeconde, enſuite le machiniſte pourra aiſément avec le ſecours d'un ou de pluſieurs ſiphons de diametre connu, faire couler par un récipient & par un canal la quantité d'eau néceſſaire pour faire mouvoir la machine, il pourra meſurer enſuite avec préciſion celle qui coule dans un canal; il ſuffit de traverſer pour cela le canal avec une clôture, & placer un ou pluſieurs ſiphons, qui déchargent l'eau vers l'endroit bas H, en en changeant le nombre ou le diametre, juſqu'à ce qu'on voie que l'eau ſe maintienne conſtamment dans le canal D E K à la même hauteur.

557. Les autres inſtruments, dont on a parlé dans le paragraphe précédent, ſervent ſeulement à meſurer la viteſſe de l'eau pendant qu'elle coule dans un canal, & donnent une quantité plus ou moins approchante.

Deux cauſes produiſent immédiatement le mouvement & la viteſſe dans les eaux courantes, ſavoir, la hauteur de l'eau & la pente du canal.

Si le fond du canal eſt horizontal la viteſſe de l'eau dépend de la ſeule preſſion, que les parti-

cules ſupérieures exercent ſur les inférieures, d'où il arrive que ces dernieres ont une plus grande viteſſe que les premieres, & que cette viteſſe ſe manifeſte dans la raiſon ſous doublée de la hauteur de l'eau; mais ſi le fond du canal eſt en pente, la viteſſe de l'eau dépendra de la preſſion ci-deſſus, & de l'action de la peſanteur, en vertu de laquelle les corps placés ſur le plan incliné coulent, ou viennent à tomber.

Si le canal eſt fort en pente, l'eau accélere ſon mouvement, de façon qu'il diminue beaucoup, d'où il ſemble enſuite dans la partie baſſe du même canal, que la quantité d'eau ſoit moindre qu'on ne l'obſerve dans la partie ſupérieure de ce même canal, ou le mouvement accéléré commence, quoique la choſe ne ſoit point ainſi.

Les cauſes, qui modifient & alterent ces viteſſes, ſont la figure réguliere ou irréguliere du canal, où l'eau coule, & la qualité des ſurfaces, qui conſtituent l'intérieur du même canal, c'eſt-à-dire, ſi elles ſont polies ou raboteuſes, ſi elles ont des éminences ou des creux.

Donc pour ſupprimer ces cauſes, & réduire la viteſſe de l'eau à l'état le plus ſimple, qui ſoit poſſible, il eſt néceſſaire qu'une étendue du canal, ait un fond bien horizontal à la diſtance de pluſieurs pieds, comme H K F G, que la figure en ſoit réguliere & droite avec des pa- Pl. 7 f. 3

rois également diſtantes, & que les ſurfaces, que l'eau choque, ſoient bien unies.

Malgré qu'on emploie les précautions qu'on vient d'enſeigner, il arrive cependant toujours, que le frottement de l'eau contre les parois & contre le fond du canal en diminuent la viteſſe à cette proximité, ce qui fait que l'eau ſe meut enſuite avec une plus grande viteſſe au milieu du canal, c'eſt ce qu'on appelle filon ou fil de l'eau ; ſa viteſſe la plus grande eſt d'environ $\frac{2}{3}$, deſſous la ſurface de l'eau, & vers la moitié de la largeur du canal, lorsque la hauteur de l'eau eſt conſidérable. Il réſulte des différentes viteſſes, qu'on obſerve aux différents points d'une ſection rectangulaire d'un canal C D, que la viteſſe moyenne, qu'on obtient, eſt ſeulement une approximation.

558. Le corps qui flotte doit avoir une figure ſphérique du diametre de $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$ ou au plus de $\frac{1}{4}$ de pied, & avoir une peſanteur ſpécifique un peu moindre que celle de l'eau, afin que placé dans le courant, il reçoive le même mouvement, & s'éleve un peu au-deſſus de ce même courant pour être apperçu même dans l'eau trouble.

On doit faire l'expérience du corps, qui flotte dans un tems calme, afin que le vent n'en altere point le mouvement. On marque deux termes A B, C D, rectangles au canal H K qu'on a rendu régulier, comme on a déjà dit dans le paragra-

plte précédent, & on abandonne le corps flottant au fil de l'eau en F, un peu au-dessus du premier terme AB, pour avoir le tems de gagner le mouvement uniforme de l'eau. Le corps flottant ayant gagné le terme A B, l'observateur compte les minutes secondes, qu'il met à arriver à l'autre terme CD; divisant le nombre de pieds contenus dans l'espace A C parcouru par le corps flottant, par le nombre de minutes secondes, le quotient donne la vitesse de l'eau au fil de l'eau voisin de la superficie.

Si on multiplie la vitesse trouvée pour une section verticale C D de l'eau, on a la valeur de celle, qui passe par la même section dans une minute seconde.

Cette quantité est plus grande, qu'elle n'est précisément, toutes les fois que la hauteur de l'eau est petite, parce que la plus grande vitesse se trouve dans ce cas près de la surface. Si la hauteur de l'eau étoit grande, la plus grande vitesse seroit environ les $\frac{2}{3}$ de cette hauteur, elle pourroit être telle qu'elle surpasseroit beaucoup le corps qui flotte; d'où la quantité trouvée comme ci-dessus seroit moindre qu'elle n'est exactement. Enfin, on peut rencontrer ces combinaisons entre les vitesses enseignées & les frottements, & de façon, que la vitesse trouvée avec le corps flottant réponde exactement à la vérité.

Pour obſerver la viteſſe aux différentes profondeurs d'une eau courante, on peut employer l'expédient ſuivant ou un autre équivalent. On lie avec un fil, qu'on allonge & qu'on raccourcit à volonté, deux ſpheres d'un diametre égal. Une de ces ſpheres doit être d'une peſanteur ſpécifique un peu plus grande que l'eau, & l'autre de peſanteur ſpécifique moindre, de façon que toutes les deux placées dans l'eau, la plus légere ſurnage un peu hors de l'eau, & ſoutienne l'autre plus peſante entre le fond du canal & la ſurface de l'eau. Si ces deux ſpheres placées au fil de l'eau vont avec la même viteſſe, on tiendra les viteſſes de l'eau pour égales dans les endroits, où elles ſe trouvent; mais ſi l'une précede l'autre, ce ſera une marque que la viteſſe eſt plus grande dans l'endroit que la ſphere précede.

Si la viteſſe varie ſenſiblement dans les différents endroits d'une ſection du canal; pour la déterminer dans chaque endroit, on pourra faire uſage du tube recourbé ou du quart de cercle à pendule. Nous ferons abſtraction de cette particularité, ce que nous avons dit ſur la meſure de l'eau étant plus que ſuffiſant pour l'objet du machiniſte.

CHAPITRE CINQUIEME.

Des machines en mouvement.

559. Le second problême général de la théorie des machines (§. 473. n. 2.) regarde le mouvement de ces mêmes machines, & les regles pour proportionner la résistance à la puissance, afin que *la machine produise le plus grand effet possible dans un tems déterminé.*

Si la puissance P exprimée par un poids, qui agit dans la direction P G à plomb, est en équilibre dans le tour C D appuyé sur les pivots C Pl. 7. F. 40 avec la résistance R, & que cette résistance diminue d'une quantité, qui excede un peu la force nécessaire pour vaincre les frottements de la machine, la puissance commencera à se mouvoir de haut en bas avec beaucoup de lenteur, & parcourra dans un tems donné l'espace B P. Si on diminue ensuite la résistance R d'une quantité plus grande que celle ci-dessus, la puissance descend avec une plus grande vitesse, & par conséquent parcourt un plus grand espace P F, dans le même tems donné. Enfin si on ôte tout-à-fait la résistance R de la machine, comme la puissance n'a que les frottements à vaincre, alors P descendra avec la plus grande vitesse qu'elle puisse

acquérir dans cette machine, & par conséquent parcourra aussi le plus grand espace P G dans le tems donné.

On observe de semblables effets toutes les fois qu'en fixant la résistance R, on augmente la puissance P, qui de plus ne peut jamais acquérir dans ce cas une vitesse égale à la plus grande du cas précédent, attendu que dans la méchanique pratique, on n'augmente jamais P, au point que R devienne une quantité infiniment petite relativement à la puissance.

560. Lorsque la résistance va en diminuant dans une machine mise en mouvement, & qu'on fixe la puissance, on observe que non obstant le plus grand espace que cette puissance parcourre, à mesure que la résistance est plus petite, l'augmentation de vitesse dans la puissance ne suffit pas toujours, pour compenser la quantité de l'effet, qui se perd, & la diminution de la résistance. Pour se former une idée claire & distincte de cela, supposez qu'un homme attaché à la corde P éleve au moyen du tour C D un poids R de 80 livres en six minutes de tems, il élevera dix de ces poids en une heure, & 40 en quatre heures, d'où l'on a $80 \times 40 = 3200$ livres, qui exprimeroient le travail ou l'effet que cet homme a produit en quatre heures avec cette machine.

Supposons à présent, qu'on diminue la rési-

ſtance R, & qu'on la réduiſe à 72 livres, comme l'homme dans ce cas tire le poids avec une plus grande viteſſe, ainſi ſi l'on vient à bout de faire un tirage en cinq minutes, on en fera enſuite 48 en quatre heures; d'où il ſuit que ſon travail ſera exprimé par 72 × 48 livres = 3456 livres.

Suppoſons en troiſieme lieu, qu'on réduiſe la réſiſtance R à 50 livres, & qu'on parvienne à l'élever en quatre minutes, il arrivera qu'un homme fera 60 tirages en quatre heures, d'où l'effet produit avec la machine ſera de 50 × 60 = 3000 livres.

En comparant les trois travaux qu'on vient de décrire, on s'apperçoit, comment un homme a fait le plus grand travail avec la puiſſance de 72 livres, & on voit auſſi qu'il y a une proportion entre la réſiſtance & la puiſſance, à la faveur de laquelle cette derniere ſe meut avec une viteſſe, qui donne le plus grand effet de la machine.

On obſerve auſſi de ſemblables effets, lorsque les machines ſont miſes en mouvement avec des forces inanimées, d'où l'on voit qu'il importe beaucoup dans la théorie des machines en mouvement, de ſavoir proportionner la réſiſtance à la puiſſance, pour que cette derniere ſe meuve avec une viteſſe capable de produire le plus grand effet poſſible dans un tems déterminé.

561. Les puiſſances, qu'on emploie pour mettre

ses machines en mouvement, étant de la nature des pressions, commencent toujours à produire le mouvement accéléré (§. 254, 255), quelque soit la machine; ce mouvement se trouve ensuite réduit au mouvement uniforme après un tems fort court, & s'y maintient constamment tant que la même puissance continue. Ce fait vient du frottement, il est comme on l'a déjà dit ailleurs, inséparable des machines, & occasionne dans le mouvement actuel une autre résistance, qui augmente en même raison, que la vitesse, avec laquelle les parties de la machine se meuvent les unes sur les autres: il arrive delà ensuite qu'en prenant des accroissements continuels, la même résistance parvient avec les autres résistances de la machine, a égaliser l'action de la puissance. Le mouvement ayant atteint ce terme, cesse aussitôt d'augmenter en vitesse, ainsi que le frottement dans les parties de la machine; d'où elles continuent ensuite à se mouvoir avec une uniformité exacte, & avec la vitesse acquise à ce terme.

Lorsqu'on cherche à mettre une machine en mouvement, on trouve qu'il faut dans le commencement une force plus grande, que celle qu'on emploie quand la machine est en train, cette plus grande résistance vient de ce que la puissance doit surpasser la force d'inertie des parties qu'elle tend à mouvoir, & cette inertie cesse de s'opposer à

la puiſſance, auſſitôt que la machine eſt réduite au mouvement uniforme.

562. Qoique les forces inanimées, qui communiquent les forces aux machines, ſoient toutes de la nature des preſſions, elles n'agiſſent cependant pas toutes avec la même énergie, malgré qu'il y ait égalité entr'elles au moment qu'on les applique à la machine. Si on emploie un poids pour la puiſſance, ainſi que cela ſe pratique aux horloges à contre-poids, comme ſa force dépend de l'action conſtante de la peſanteur, quelque ſoit alors la viteſſe que cette puiſſance produit dans la machine, la force, avec laquelle la puiſſance agit continuellement ſur la machine eſt conſtamment la même; aulieu que quand la machine, eſt miſe en mouvement par un fluide qui la choque, l'action de ce fluide diminue, à meſure que la machine gagne une plus grande viteſſe; de façon que cette force n'agit plus dans la machine en mouvement, que par l'excès de ſa viteſſe ſur celle de la machine. (Dynamique chap. 7.)

Ces réflexions ſont très-intéreſſantes pour le machiniſte, c'eſt pourquoi nous ferons voir, comment il peut en tirer un grand avantage dans la pratique.

563. On voit par ce qui a été dit (§. 559, 560), que pour avoir le plus grand effet dans une machine en mouvement donnée, *il convient de pro-*

portionner la résistance à la puissance, de façon qu'elle se mette en mouvement avec une vitesse telle, qu'étant multipliée par la résistance, elle donne le plus grand produit entre tous ceux qu'on obtient, en multipliant les autres résistances par les vitesses correspondantes de la puissance.

On peut essayer la solution de ce problême avec la théorie & avec l'expérience; mais comme il se rencontre dans la premiere, des calculs très-chargés, & qu'il est nécessaire en outre d'avoir recours à l'expérience pour déterminer les données qu'on y suppose, c'est pour cela que nous nous sommes attachés à la seconde maniere, parce que les expériences, que nous citerons sur cet objet, donneront la solution du problême de la maniere la plus simple & la plus courte.

Comme on ne considere l'effet d'une machine qu'après sa réduction au mouvement uniforme, & qu'on emploie indistinctement la vitesse ou l'espace parcouru, pour déterminer la quantité de cette espece de mouvement (Dynamique chap. 2); ainsi, dans les expériences que nous citerons, nous nous servirons de l'espace parcouru par la puissance dans un tems donné, pour mesurer les effets des machines en mouvement.

564. On fit en 1760 dans ces écoles Royales les expériences suivantes avec une espece de tour AB; la puissance P y est appliquée à la corde, qui

s'entortille au grand cylindre A, & la résistance R, à l'autre corde qu'on roule sur le petit cylindre B. Pl. 7. F. 41

Il y a à l'extrêmité du cylindre A une roue dentée C, dont les dents engraînent dans la petite roue D, & il y a à l'extrêmité G de l'arbre de cette petite roue, un modérateur avec des palettes F, qui donnent plus constamment le mouvement uniforme à la machine ; on peut le rallentir ou l'accélérer en disposant la surface des palettes dans l'endroit opposé à leur rotation, ou bien suivant une direction oblique de 45 degrés.

La résistance R, qui donnoit dans cette machine l'équilibre mathématique avec la puissance P, diminuoit au point, que la puissance commençoit à descendre, & après que la puissance étoit descendue jusqu'en S, on la rehaussoit, & on employoit successivement d'autres résistances moindres, & enfin on supprimoit tout-à-fait la résistance pour avoir la plus grande vitesse de la puissance. Toutes les fois que la puissance descendoit, après que la machine étoit réduite au mouvement uniforme, on observoit les minutes secondes, que la puissance mettoit à parcourir l'espace QS, on déduisoit ensuite de cette observation l'espace, que la même puissance pouvoit parcourir en 60 minutes.

Ces connoiſſances établies on paſſe à préſent à la deſcription des expériences faites avec cette machine,

1°. On y a employé différentes puiſſances ſans faire aucun autre changement à la machine.

2°. On a changé la poſition des palettes de la machine.

3°. On a changé la nature de la machine.

565. La nature de la machine donnoit dans les expériences ſuivantes la proportion de 175 : 732 entre la puiſſance & la réſiſtance, d'où employant ſucceſſivement les puiſſances de 10, 15, 20, 25 & 30 livres, les réſiſtances qui correſpondoient à l'équilibre mathématique de la machine étoient de 41. 9, 62. 9, 83. 9, 104. 6, & 125. 6.

Les ſurfaces des palettes étoient directement oppoſées à leurs rotations.

Premiere expérience, dans laquelle la puissance employée étoit de 10 livres, & la résistance dans l'équilibre mathématique étoit de 41 livres 9,

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 10 livres en 60 minutes secondes.	Produit de la résistance dans l'espace correspondant parcouru par la puissance.
41. livres 9,	équilibre mathématique,	
33.	commençoit à se mouvoir.	
30.	51 ½ pouces de pied Liprand.	1545.
28.	63.	1764.
25.	73 ½.	1837.
20.	84.	1670.
0.	120 pour la plus grande vitesse.	

Cette expérience donnoit 25 livres pour le plus grand effet de la résistance, qui correspond aux $\frac{3}{5}$ de 41. 9, & la vitesse de 73 onces ½, avec laquelle la puissance se meut pour vaincre la résistance de 25 livres, est aussi les trois cinquiemes environ de la plus grande vitesse 120, que la puissance acquiert dans cette machine, lorsqu'on n'emploie aucune résistance, ou lorsque, comme on dit ordinairement, on fait mouvoir la machine dans le vuide.

Il résultoit aussi, que la puissance commençoit à se mouvoir, lorsque la résistance de 41 livres 9, étoit diminuée de 8 livres 9, quantité, qui ex-

prime les frottements de la machine, & l'inertie des parties, qui commençoient à se mouvoir.

Seconde expérience, où la puissance étoit de 15 livres, & la résistance dans l'équilibre mathématique de la machine étoit de 62 livres 9.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 15 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace correspondant parcouru par la puissance.
62 livres 9.	équilibre mathématique	
51.	commençoit à se mouvoir.	
45.	71 pouces de pied Liprand.	3195.
43.	76 $\frac{1}{2}$.	3290.
40.	83.	3320.
38.	90.	3420.
35.	95.	3325.
30.	103.	3090.
0.	149 pour la plus grande vitesse.	

Cette expérience donne aussi le plus grand effet avec la résistance de 38 livres, équivalente à $\frac{3}{5}$ de 62 livres 9, & la vitesse 90, avec laquelle la puissance se meut pour vaincre cette résistance, est environ les $\frac{3}{5}$ de la plus grande vitesse 149.

On observe en outre, que la machine placée avec ces circonstances, commence à se mouvoir, lorsque la résistance de 62 livres 9, est diminuée de 11 livres 9, poids, qui exprime les frotte-

ments & l'inertie des parties, qui commençoient à se mouvoir.

Troisieme expérience, où la puissance étoit de 20 livres, & la résistance dans l'équilibre mathématique de la machine étoit de 83 livres 6.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 20 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace correspondant parcouru par la puissance.
83 livres 6.	équilibre mathématique	
70.	commençoit à se mouvoir.	
65.	66 ½ pouces de pied Liprand.	4323.
60.	81.	4860l
56.	89.	4984.
50.	100 ½.	5025.
45.	108.	4860.
40.	114 ⅔.	4586.
0.	166 pour la plus grande vitesse.	

Le résultat de cette expérience fait aussi voir, que le plus grand effet donné par la résistance de 50 livres équivaut aux ⅗ de 83 livres 6, & que la vitesse correspondante 100 ½, est aussi environ les ⅗ de la plus grande vitesse 166.

Dans ces circonstances le mouvement a commencé dans la machine, lorsque la résistance de 83 livres 6, s'est trouvée diminuée de 13 livres 6.

Quatrieme expérience, où la puiſſance étoit de 25 livres, & la réſiſtance dans l'équilibre mathématique de 104 livres 6.

Réſiſtances employées dans l'expérience.	Eſpaces parcourus par la puiſſance de 25 livres en 60 minutes ſecondes.	Produits de la réſiſtance dans l'eſpace correſpondant parcourus par la puiſſance.
104 livres 6.	équilibre mathématique	
90.	étoit à peine en mouvement	
85.	57 pouces de pied Liprand.	4845.
80.	77.	6160.
70.	99.	6930.
65.	107.	6955.
60.	113 $\frac{1}{2}$.	6820.
50.	131.	6550.
0.	180 pour la plus grande viteſſe.	

Le réſultat de cette expérience, fait auſſi voir, que le plus grand effet vient de la réſiſtance de 65, qui égaliſe environ les $\frac{3}{5}$ de 104 livres 6, & que la viteſſe 107 équivaut auſſi aux $\frac{3}{5}$ de la plus grande viteſſe 180. La machine a commencé à ſe mouvoir, lorsque la réſiſtance de 104 livres 6, étoit diminuée de 14 livres 6.

Cinquieme expérience, où la puissance étoit de 30 livres, & la résistance dans l'équilibre mathématique de la machine étoit de 125 livres 6.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 30 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace correspondant parcourus par la puissance.
125 livres 6.	équilibre mathématique	
110.	étoit à peine en mouvement.	
100.	67 ½ pouces de pied Liprand.	6750.
90.	92.	8280.
86.	100 ½.	8643.
80.	109.	8720.
75.	117.	8775.
70.	125.	8750.
60.	136 ½.	8190.
0.	196 pour la plus grande vitesse.	

On déduit aussi de cette expérience, qu'on obtient le plus grand effet, lorsque la résistance de 75 livres est les ⅗ de 125 livres 6, & que la vitesse correspondante 117 équivaut aussi aux ⅗ de la plus grande vitesse 196.

Le mouvement a commencé dans la machine, lorsque la résistance de 125 livres étoit diminuée de 15 livres 6, qui expriment les frottements de la machine & la force d'inertie.

566. La proportion continuoit à être la même

entre la puissance & la résistance dans les autres expériences, de façon qu'en employant les puissances de 10, 15, 20, 25 & 30 livres, les résistances correspondantes à l'équilibre mathématique de la machine, étoient comme auparavant de 41 livres 9, 62. 9, 104. 6, 125. 6, & par conséquent les résistances diminuées dans lesquelles la machine commençoit à se mouvoir étoient aussi les mêmes.

Toute la différence, qui se trouve entre ces expériences, & celles du paragraphe précédent, consiste à avoir disposé la surface des palettes en angles demi-droits avec leur rotation, pour (en employant la même puissance,) obtenir un mouvement plus rapide dans la machine.

Premiere expérience faite avec une puissance de 10 livres.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 10 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace parcourus par la puissance.
30 livres.	83 pouces de pied Liprand.	2490.
28.	98½.	2558.
25.	116½.	2912. M
20.	133½.	2670.
0.	196 pour la plus grande vitesse.	

Seconde expérience faite avec la puissance de 15 livres.

45.	106 $\frac{1}{4}$.	4780.
43.	118.	5074.
40.	129.	5160.
38.	144.	5472. M
35.	155.	5425.
30.	166.	4980.
0.	240 pour la plus grande vitesse.	

Troisieme expérience faite avec la puissance de 20 livres.

65.	97 $\frac{1}{2}$.	6337.
60.	123 $\frac{1}{2}$.	7310.
56.	141 $\frac{3}{4}$.	7938.
50.	165..	8250. M
45.	181.	8145.
40.	196.	7905.
0.	274 pour la plus grande vitesse.	

Quatrieme expérience faite avec la puissance de 25 livres.

85.	100.	8500.
80.	127.	10160.
70.	171.	11970.
65.	185.	12025. M
60.	200.	12000.
50.	228.	11400.
0.	308 pour la plus grande vitesse.	

Cinquieme expérience faite avec la puissance de 30 livres.

100.	118.	11800.
90.	815.	14220.
86.	175.	15050.
80.	190 ½.	15240.
75.	204 ½.	15338. M
70.	216 ½.	15155.
60.	240.	14400.
0.	340 pour la plus grande vitesse.	

On conclud de toutes ces expériences, que quoique les vitesses des puissances de 10, 15, 20, 25 & 30 livres, aient été respectivement plus grandes que celles du paragraphe précédent, néanmoins on a obtenu les plus grands produits désignés par la lettre M, avec les mêmes résistances diminuées, c'est-à-dire, avec 25, 38, 50, 65 & 75 livres, qui correspondent aux ⅗ des résistances de 41 livres 9, 62. 9, 83. 6, 104. 6, & 125 livres 6, qui se rapportent à l'équilibre mathématique de la machine, & les vitesses de 116 ½, 144, 165, 185 & 204 onces ½ de la puissance, correspondantes aux dites puissances diminuées, sont aussi les ⅗ des plus grandes vitesses respectives 196, 240, 274, 308, 340.

567. Finalement on a fait les autres expériences, dans lesquelles on a varié la nature de la machine, en changeant les diametres des cylindres

A, B, autour duquel on rouloit les cordes de la puissance & de la résistance. La proportion de la puissance à la résistance étoit dans ce changement comme 71 : 185, d'où en employant les mêmes puissances de 10, 15, 20, 25 & 30 livres, les résistances correspondantes à l'équilibre mathématique de la machine étoient respectivement de 26, 39, 1. 52, 1. 65, 1 & 72 livres 2.

La position des palettes dans ces expériences formoit un angle demi-droit avec leur rotation. On a eu dans ces circonstances les résultats suivants.

Premiere expérience, où la puissance employée étant de 10 livres, la résistance dans l'équilibre mathématique étoit de 26 livres.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 10 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace correspondant parcouru par la puissance.
26 livres.	équilibre mathématique	
21. 6,	commençoit à se mouvoir.	
20.	36 pouces de pied Liprand.	720.
18.	51.	918.
15. 6,	66.	1023. M
14.	72.	1008.
12.	80.	960.
0.	110 pour la plus grande vitesse.	

Cette expérience a donné le plus grand effet M, avec la résistance de 15 livres 6, qui correspond aux $\frac{3}{5}$ de 26 livres, & la vitesse de 66 pouces est aussi les trois cinquiemes de la plus grande vitesse 110.

On observe en outre, que la puissance commence à se mouvoir, lorsque la résistance de 26 livres est diminuée de 4 livres 6, poids, qui désigne les frottements de la machine, & l'inertie des parties, qui commencent à se mouvoir.

Seconde expérience, où la puissance étoit de 15 livres, & la résistance dans l'équilibre mathématique de la machine étoit de 39 livres 1.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 15 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace correspondant parcouru par la puissance.
39 livres 1.	équilibre mathématique	
34.	commençoit à se mouvoir.	
30.	35 pouces de pied Liprand.	1050.
27.	65.	1755.
25.	74.	1850.
23.	82.	1886. M
21.	88.	1848.
18.	94.	1692.
0.	137 pour la plus grande vitesse.	

Il résulte aussi de cette expérience, qu'on obtient le plus grand effet M, avec 23 livres équi-

valentes aux $\frac{3}{5}$ de 39 livres 1, & que la viteſſe correſpondante 82 eſt auſſi les $\frac{3}{5}$ de la plus grande viteſſe 137.

On obſerve auſſi, que la machine commence à ſe mouvoir dans ces circonſtances, lorsque la réſiſtance de 39 livres 1, eſt diminuée de 5 livres 1.

Troiſieme expérience faite avec la puiſſance de 20 livres, d'où la réſiſtance dans l'équilibre mathématique étoit de 52 livres 1.

Réſiſtances employées dans l'expérience.	Eſpaces parcourus par la puiſſance de 20 livres en 60 minutes ſecondes.	Produits de la réſiſtance dans l'eſpace correſpondant parcouru par la puiſſance.
52 livres 1.	équilibre mathématique	
46. 6,	commençoit à ſe mouvoir.	
40.	67 pouces de pied Liprand.	2680.
35.	82.	2870.
31.	94.	2914. M
28.	101.	2828.
25.	108.	2700.
0.	156 pour la plus grande viteſſe.	

Le réſultat de cette expérience fait auſſi voir, qu'on obtient le plus grand effet M, avec la réſiſtance de 31 livres, qui équivaut aux $\frac{3}{5}$ de 52 livres 1, & que la viteſſe correſpondante 94, eſt auſſi les $\frac{3}{5}$ de la plus grande viteſſe 156.

Dans ces circonſtances le mouvement commen-

ce dans la machine, lorsque la résistance de 52 livres 1, est diminuée de 5 livres 7.

Quatrieme expérience faite avec la puissance de 25 livres, d'où la résistance dans l'équilibre mathématique étoit de 65 livres 1.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 25 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace correspondant parcouru par la puissance.
65 livres 1.	équilibre mathématique	
58, 9,	commençoit à se mouvoir.	
45.	88 pouces de pied Liprand.	3960.
42.	98.	4116.
39.	107.	4173. M
35.	116 $\frac{1}{2}$.	4077.
30.	125.	3750.
0.	178 pour la plus grande vitesse.	

On déduit aussi de cette expérience, que le plus grand effet M, s'obtient avec la résistance 39 livres, qui correspond aux $\frac{3}{5}$ de 65 livres 1; & que la vitesse correspondante 107, est aussi les $\frac{3}{5}$ de la plus grande vitesse 178.

Il résulte en second lieu, que la machine a commencé à se mouvoir, lorsque la résistance de 65 livres 1, étoit diminuée de 6 livres 4.

Cinquieme expérience faite avec la puissance de 30 livres, d'où la résistance, qui correspond à l'équilibre mathématique de la machine est de 78 livres 2.

Résistances employées dans l'expérience.	Espaces parcourus par la puissance de 30 livres en 60 minutes secondes.	Produits de la résistance dans l'espace correspondant parcouru par la puissance.
78 livres 2.	équilibre mathématique	
71. 3,	commençoit à se mouvoir.	
60.	80 pouces de pied Liprand.	4800.
54.	93.	5022.
50.	102.	5100.
46. 6,	112.	5208. M
42.	121.	5082.
36.	134.	4824.
0.	186 pour la plus grande vitesse.	

Cette expérience fait aussi voir, qu'on obtient le plus grand effet M, lorsque la résistance de 46 livres 6, devient les $\frac{3}{5}$ de 78 livres 2, & que la vitesse correspondante 112, équivaut aussi aux $\frac{3}{5}$ de la plus grande vitesse 186.

Dans ces circonstances le mouvement a commencé dans la machine, lorsque la résistance de 78 livres 2, étoit diminuée de 6 livres 11.

568. Si on considere les résultats des expériences décrites dans les trois paragraphes précédents, on en déduit,

1°. Que dans une machine mife en mouvement par une puiffance, qui agit toujours avec la même force, on obtient le plus grand effet, lorsque la réfiftance employée eft égale aux trois cinquiemes de celle, qui convient à l'équilibre mathématique de la machine, & la puiffance fe meut avec une viteffe égale aux trois cinquiemes de la plus grande viteffe que la puiffance puiffe acquérir, lorsqu'on n'emploie plus de réfiftance d'aucune forte.

2°. Si on compare les expériences du §. 565. avec celles du §. 566, qui n'avoient de différence entr'elles que dans la pofition des palettes, qui donnoient une plus grande viteffe à la puiffance dans les expériences du §. 566, on voit que les plus grands produits, qu'on ait eu avec la même puiffance & avec la même réfiftance, font proportionnels aux viteffes correfpondantes; d'où il fuit, que l'excès dans les plus grands produits, vient uniquement du plus grand nombre des élévations, qui fe font dans un tems donné.

3°. Si on compare les expériences des §. 566, 567 où la nature de la machine étoit différente, on voit que le travail diminue, à mefure que (par la difpofition de cette machine), la réfiftance excede de peu la puiffance, & au contraire que la quantité de travail augmente, à mefure que la nature de la machine admet avec la même puiffance une plus grande réfiftance.

4°. Si on obſerve les plus grands produits de chacune des expériences des §. 565, 566, 567 par les puiſſances de 10, 15, 20, 25 & 30 livres, on voit que ces produits ſont auſſi dans la raiſon compoſée des puiſſances & des viteſſes correſpondantes.

569. On déduit des réſultats, qu'on vient d'expliquer, des égalités, qu'on vient d'établir, & des conſéquences ci-deſſus, les regles générales ſuivantes pour les machines miſes en mouvement, par une force qui agit conſtamment avec la même énergie.

1°. Qu'on peut augmenter de trois manieres le plus grand produit dans une machine donnée, c'eſt-à-dire, en employant une plus grande puiſſance, en augmentant la viteſſe de la même puiſſance, & en augmentant la puiſſance & la viteſſe.

2°. Qu'on doit employer la même réſiſtance dans la même machine toutes les fois qu'il y a augmentation ſeulement dans la viteſſe de la même puiſſance, & qu'on doit employer une plus grande réſiſtance toutes les fois que la puiſſance augmente.

3°. Si la machine eſt à conſtruire & qu'on veuille en tirer le *maximum* des plus grands efforts, après en avoir combiné la nature, de façon que la réſiſtance ſoit très-grande relativement à la puiſſance, il faut employer en outre la plus grande

puiſſance, que la machine puiſſe ſoutenir dans un mouvement uniforme animé d'une grande viteſſe. On doit remarquer ici, que toutes les fois qu'on emploie une grande puiſſance, indépendamment de ce que la ſolidité de la machine peut ſoutenir, ſon mouvement devient inégal, vacillant, & ſujet à des ſoubreſauts & des ſecouſſes, qui dérangent & rompent quelque fois les parties de la machine.

4°. Il ſera enſuite aiſé de connoître avec ces regles, ſi une machine déjà faite, miſe en mouvement par une force, qui agit toujours avec la même énergie, eſt placée dans les circonſtances les plus avantageuſes, & ſi elle ne s'y trouve pas, il ſera aiſé de déterminer la maniere & l'expédient à employer pour obtenir le plus grand produit.

570. Paſſons à l'examen de la maniere, dont l'eau agit contre la roue mouvante d'une machine, & les effets qui en dérivent.

Les roues, contre leſquelles on fait agir l'eau, pour donner le mouvement à quelque machine, ſont de différentes eſpeces; les plus uſitées dans les grandes machines ſont *la roue à palettes*, & *la roue à angets*; on emploie toutes les deux dans une poſition verticale.

Pour déterminer par l'expérience le plus grand effet dans les machines miſes en mouvement avec l'eau au moyen d'une des deux roues, on en conſtruira

ſtruira deux de laiton, une à palettes, & l'autre à augets, toutes les deux du diametre de 7 ½ pouces & du poids de 5 ⅓ livres. Nous fimes avec ces roues dans la forge royale de Valdocca en 1759 & 1762, avec le machiniſte du roi Matthéi, les expériences que nous décrirons ici. On exprimera chaque poids en deniers, pour éviter toute confuſion ſur le poids & ſur le pied Liprand *).

La figure 42 repréſente le profil A C G de la roue, qui avoit 22 palettes, chacune d'elles étoit quarrée; le côté avoit ¾ de pouce d'épaiſſeur. On conduiſoit l'eau contre cette roue au moyen du canal H K I, dont le fond K I, formoit avec l'horizontale K M, l'angle I K M de 35 degrés environ, & on y adaptoit ſi bien le fond K I près de la roue, que toute l'eau frappoit dans l'endroit P de la palette, diſtant de ſon extrêmité d'environ ½ pouce; ce qui fait que le diametre de la roue meſuré par ces points de preſſion étoit de 6 ½ pouces, ainſi la circonférence de 20 ½ pouces correſpondoit à ce diametre. Pl.7. F.42

Dans l'arbre B C de la roue A G, étoient fixées des dents égales D, qui dans la révolution de la roue élevoient les extrêmités F de quatre coffrets, qui arrêtés au moyen des jointures E dans le ſolide L, tournoient facilement juſqu'à une certai- Pl.8. F.43

*) En effet, *oncia* en italien ſignifie once & pouce à la fois.

ne hauteur & retomboient ensuite à leur place. La disposition des dents D étoit en spirale de façon, que deux coffrets se trouvoient toujours élevés, & lorsqu'un deux arrivoit à la plus grande hauteur, le troisieme commençoit à s'élever; en sorte que chaque coffret étoit élevé quatre fois à chaque tour de roue. On adaptoit à ces coffrets des lames de plomb semblables d'un poids connu, pour charger la roue à volonté. A l'extrémité B de l'arbre étoit une autre espece de dent N, qui rencontroit à chaque tour de roue une petite roue dentée Q très-mobile, & la faisoit avancer au moyen d'une de ses dents, & cette roue à la fin d'un tour faisoit au moyen de la saillie R, & avec une de ses dents, avancer l'autre roue S, en sorte que ce méchanisme formoit une espece d'horloge, qui indiquoit le nombre de tours faits par la roue A G.

571. On a commencé à déterminer dans la disposition qu'on vient d'expliquer, quel est le poids, qui appliqué au centre A de percussion d'une palette horizontale A C commençoit à faire mouvoir la roue chargée de différents poids placés entre les susdits augets, & on a aussi déterminé le poids, qui, lorsque la roue étoit entiérement libre, commençoit à surpasser le frottement de ses pivots & l'inertie de la roue.

Poids placés dans les coffrets pour charger la roue à palettes.	*Poids placés à l'endroit de percussion de l'eau A, lesquels commençoient à faire mouvoir la roue à palettes.*
960 deniers.	186 deniers.
864.	165.
768.	147.
600.	120.
480.	94.
432.	84.
384.	75.
336.	63.
298.	56.
266.	47.
192.	36.
144.	27.
sans la charge des coffrets.	12.

572. Pour faire les expériences avec la roue à palettes, pour déterminer le plus grand effet, on a employé deux différentes quantités d'eau, que l'on rassembloit dans un vase pendant un tems donné (§. 544), pour pouvoir les mesurer avec la plus grande précision. La quantité, qui dans la premiere expérience couloit dans le canal K I en 60 minutes secondes, étoit de 27 $\frac{1}{2}$ pintes, qui répondent au poids de 29374 deniers, & ainsi à celui de 489 $\frac{1}{2}$ deniers dans une minute seconde.

L'eau, qui couloit dans le dit canal en 60 minutes secondes dans cette expérience, étoit de

19 $\frac{1}{16}$ pintes, qui répondent au poids de 20336 deniers, & à celui de 339 deniers, en une minute feconde.

La chûte de l'eau R P, prife depuis fa furface horizontale H R, dans le canal H O jufqu'au point P de la percuffion, étoit égale au diametre de la roue, c'eft-à-dire, à $\frac{5}{8}$ de pieds; d'où la viteffe dans une minute feconde calculée d'après les loix des graves, qui tombent librement (§. 383), étoit de $\sqrt{38 RP} = 4 \frac{7}{8}$ pieds.

Pendant que la roue étoit en mouvement, on l'a chargée un peu par intervalles, jufqu'à ce qu'elle ait commencé à s'arrêter, & à être ftationnaire dans le tems, que l'eau frappoit contre les palettes dans les circonftances les plus avantageufes; on a diminué enfuite de nouveau les poids dans les coffrets, de façon que la roue tournoit d'un mouvement irrégulier & par faults, enfuite de quoi on diminuoit un peu les mêmes poids de tems à autre, jufqu'à ce qu'on fut parvenu au mouvement uniforme, & alors on marquoit le nombre de tours, que la roue faifoit dans chaque diminution en foixante minutes fecondes.

Enfin on a obfervé le nombre de tours, que la roue faifoit, lorsqu'elle n'étoit plus chargée d'aucune maniere par les coffrets, enforte qu'elle n'avoit dans fon mouvement d'autre réfiftance à vain-

cre que le frottement de ſes pivots. Dans ces circonſtances on a eu le réſultat ſuivant ; on a auſſi marqué à ſa fin le nombre de tours, que la roue du diametre de 6 ½ pouces auroit faite, ſi elle s'étoit miſe en mouvement avec la même viteſſe que l'eau, qui étoit de 4 ⅞ pieds.

ROUE À PALETTES.

Miſe en mouvement par 27 ½ pintes d'eau, qui couloient dans le canal en 60 minutes ſecondes. Premiere expérience.			*Miſe en mouvement par 19 1/16 pintes d'eau, qui couloient dans le canal en 60 minutes ſecondes.* Seconde expérience.	
Poids mis dans les augets pour charger la roue.	**Tours de la roue en 60 minutes ſecondes.**	Produits faits par des poids mis dans les augets pendant le nombre de tours.	**Tours de la roue en 60 minutes ſecondes.**	Produits faits par les poids placés dans les augets pendant le nombre de tours.
864 deniers.	ſtationnaire.			
768.	mouvement irrégulier.			
600.	20.	12900.	ſtationnaire.	
480.	40.	19200.	mouvement irrégulier.	
432.	49.	21168.	20.	8640.
384.	57.	21888.	30.	11520.
336.	64.	21504.	39 ½.	13272.
298.	70.	20860.	47.	14006.
266.	77.	20482.	57.	15182.
192.	89.	17088.	67.	12864.
144.	les pieds bondiſſoient dans les coffrets.		80.	11520.
ſans la charge des coffrets	150.		140.	
Tours que feroit la roue avec une viteſſe égale à celle de l'eau, qui étoit de 4 ⅞ pied.	170.		170.	

573. Il résulte des expériences du paragraphe précédent:

1°. Que comme les 57 tours, qui expriment la vitesse de l'eau, sont la troisieme partie de 170, on obtient le plus grand effet dans la roue à palettes, lorsqu'elle se meut avec une vitesse équivalente à la troisieme partie de celle de l'eau. On attribue la découverte théorique de cette proposition à PARENT.

2°. Que les poids qui chargent la roue dans le plus grand produit, sont les $\frac{4}{9}$ parties des poids, qui commencent à rendre la roue stationnaire, parce que dans la premiere expérience 384 deniers égalisent les $\frac{4}{9}$ de 864, & dans la seconde 266 deniers équivalent aux $\frac{4}{9}$ de 600. Proposition demontrée par BELIDOR dans son *Architecture hydraulique.*

3°. Que comme les quantités d'eau employées dans les deux expériences sont dans la proportion de 88 : 61; les poids 384, 266. élevés dans les plus grands produits, sont aussi dans la même proportion; chose évidente par elle même, étant clair qu'une force double, triple &c. appliquée de la même maniere à une même machine, produira un effet double, triple &c.

574. Si l'on fait tomber l'eau de la hauteur RP de $\frac{5}{12}$ de pieds, on a aussi les plus grands produits, lorsque la roue à palettes fait en 60 minu-

tes ſecondes $46\frac{1}{2}$ tours, qui ſont la troiſieme partie de $139\frac{1}{2}$ correſpondants à la viteſſe de $3\frac{35}{36}$, qui ſe rapportent à la ſusdite chûte; & on trouve en outre que la réſiſtance dans les plus grands produits eſt auſſi de 384 deniers, lorsqu'on emploie $27\frac{1}{2}$ pintes, & de 266 deniers, lorsque l'eau eſt ſeulement de $19\frac{1}{16}$ pintes.

Comparant enſuite ces plus grands produits avec ceux du §. 572, on trouve qu'ils ſont comme $139\frac{1}{2}$: 170, nombres qui expriment la viteſſe de l'eau dans les deux expériences.

575. On déduit les regles générales ſuivantes, d'après ce qui a été dit juſqu'ici ſur les roues à palettes miſes en mouvement par l'eau, & ces regles ont été déjà démontrées (§. 569).

1°. On peut dans une machine miſe en mouvement par une roue à palettes, augmenter le plus grand effet de trois manieres, c'eſt-à-dire, en augmentant la quantité d'eau, en donnant la plus grande chûte à la même quantité, & enfin en augmentant ces deux quantités.

2°. Toutes les fois qu'il n'y a d'augmentation que dans la viteſſe de la même quantité d'eau, on doit continuer à ſe ſervir de la même réſiſtance; mais on emploiera une plus grande réſiſtance, toutes les fois que la quantité d'eau augmentera.

3°. Pour obtenir d'une machine propoſée le plus grand travail, dont elle eſt capable, il faut

faire tomber d'une grande hauteur la plus grande quantité d'eau, que la machine peut soutenir dans le mouvement uniforme. Si on a ensuite la machine à construire, il en faudra combiner la nature, de façon que la résistance pour s'élever soit très grande, eu égard à la puissance (§. 569. n. 3).

576. Il convient d'observer ici, qu'il n'est pas tout-à-fait libre au machiniste, d'augmenter la vitesse de la même quantité d'eau à volonté, parce que quand on lui donne une grande chûte, elle devient très-blanche & écumante, & se convertit en gouttes infiniment menues, d'où il arrive que son action produit ensuite moins d'effet sur les palettes. Ce phénomene se manifeste dans une proportion différente, & suit la variation de l'eau qu'on emploie; c'est pour cela qu'il est impossible de déterminer la loi d'un tel phénomene, autrement que par une suite d'expériences, qui établissent la plus grande chûte aux différentes quantités d'eaux, qui ne perdront rien de leur force, en coulant suivant certaines inclinaisons déterminées du canal. Le résultat de ces expériences serviroit dans des cas particuliers, pour disposer une machine mise en mouvement par la roue à palettes dans les circonstances les plus avantageuses, pour avoir le plus grand travail; c'est d'après ce point de précision, que le machiniste doit se

fixer, pour ne pas multiplier mal-à-propos le nombre des machines.

577. Si on compare les réſultats des expériences (§. 572, 574), avec ceux des (§. 565, 566, 567), on voit la grande différence, qui ſe trouve dans le plus grand effet d'une machine, lorsqu'on ſe ſert de l'eau ou d'un poids pour force motrice, parce que ſi on ſe ſert d'eau pour mouvoir la machine, on a le plus grand produit en multipliant $\frac{1}{3}$ de la plus grande viteſſe par $\frac{4}{9}$ de la réſiſtance néceſſaire dans l'état d'équilibre, d'où $\frac{1}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{27}$, exprime le plus grand produit, au lieu que quand la puiſſance employée eſt un poids, on a le plus grand produit, en multipliant $\frac{3}{5}$ de la plus grande viteſſe par $\frac{3}{5}$ de la réſiſtance néceſſaire à l'équilibre ſusdit (§. 568), c'eſt-à-dire $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$ pour le plus grand produit. C'eſt pour cela, que les viteſſes & les réſiſtances étant ſuppoſées égales dans les deux cas, on dira que le plus grand effet produit par la force de l'eau, eſt au plus grand effet produit par un poids, qui fait mouvoir la même machine, comme $\frac{4}{27} : \frac{9}{25} :: 100 : 243$. Diſparité, qui vient de la loi différente (§. 562), avec laquelle les deux forces déſignées agiſſent contre la roue en mouvement.

578. Pour qu'une roue à palettes deſtinée à mouvoir quelque machine conſidérable, ſoit con-

ſtruite avec des proportions avantageuſes, elle doit avoir 22 palettes également diſtantes entr'elles & avoir le $\frac{1}{10}$ du diametre de la roue de hauteur, la moindre largeur des palettes ſera égale à la hauteur, & on augmentera enſuite cette largeur ſelon les occurrences.

On emploie les roues à palettes de deux manieres très-différentes, qui dépendent du plus ou du moins de viteſſe de l'eau. On ſe ſert de la premiere maniere, en plongeant une ſixieme partie environ de la circonférence de la roue, dans l'eau qui coule dans un grand canal un peu incliné ou dans un fleuve. Il eſt néceſſaire dans ces circonſtances d'augmenter la viteſſe de l'eau, en formant quelque appui ou quelque digue dans le fleuve, ou en aſſemblant des barques de façon, que l'eau accélere ſon mouvement en paſſant entr'elles; & on augmente auſſi ſenſiblement la largeur des palettes, ſans cependant toucher à leur hauteur de $\frac{1}{10}$ du diametre de la roue. On pourra ſe faire une idée claire de cette diſpoſition, en obſervant les moulins qui exiſtent en différents endroits du fleuve du Po.

On emploie enſuite la roue à palettes de la ſeconde maniere, lorſque l'eau a une telle chûte, qu'il faut enſuite ſe ſervir d'un canal très en pente
Pl. 7. comme K I, pour conduire l'eau contre la roue.
F. 42. Il ſera placé dans les circonſtances les plus avan-

tageufes, toutes les fois que les furfaces intérieures en feront bien polies, & que le fond K I formera avec l'horizon K M, un angle de 35 à 40 degrés, pour éviter que l'eau ne devienne fi écumante, ou fe blanchiffe en perdant fa force.

Comme l'eau diminue fenfiblement en coulant de K en I, ainfi pour la tenir toute raffemblée & dirigée vers le centre P de la palette, on adapte dans le canal deux pieces de bois L N, qui aboutiffent en fe rapprochant vers N, comme on l'obferve dans le plan, de façon que l'intervalle N N, foit entre la moitié & les trois quarts de la largeur de la palette On fait la partie fupérieure L L du canal large de trois à quatre fois N N, & la partie inférieure T T aura feulement la largeur fuffifante, pour laiffer libre la révolution de la roue. La portion I Q du canal doit être un arc de cercle, qui aura le point C pour centre, qui s'étendra par un intervalle excédant la moitié de la distance environ qu'il y a entre les deux palettes; mais le fond du même canal de Q en D s'éloignera beaucoup des palettes B F, afin que l'eau trouve une iffue aifée & ne s'arrête plus avec une perte fenfible pour le mouvement de la roue. Enfin la partie N I Q du canal doit être placée le plus près poffible des palettes S P, afin que la roue tournant fans fe heurter, toute l'eau vienne à choquer les palettes avant de s'échapper par deffous.

Pl. 8. F. 44
Pl. 7. F. 42

Lorsque dans les circonstances désignées on charge la roue placée au point convenable, on observe que l'eau commence à refluer de I vers Z, & si on la surcharge davantage, l'eau saute par-dessus les pieces de bois L N (fig. 44), & se convertit en petite pluie avec une perte considérable de sa force.

579. La force avec laquelle l'eau courante agit dans chaque instant contre une surface, est comme on l'a déjà dit ailleurs, de la nature des pressions; elle peut donc s'exprimer par un poids. Pour déterminer la quantité de cette force, on peut employer l'expérience ou l'analyse; mais comme il s'y rencontre des calculs très-compliqués, comme il arrive en recherchant nombre d'autres propositions d'hydraulique, & que souvent les formules supposent des données qu'on n'a point; nous nous attacherons aux expériences, qui donnent aisément la solution du problême.

Pour faire une de ces expériences, on prend Pl. 8. F. 45 un levier A C, on adapte à son extrêmité A une palette F G, & on détermine le centre de gravité H de ce composé (§. 193). On applique à la partie supérieure C deux pivots C K rectangles avec les leviers, & de façon que leur axe soit tout entier dans un plan parallele à la surface F G de la palette. On en applique un autre B C D, trans-

verſalement & à angles droits au levier A C & aux pivots ci-deſſus, & tellement en équilibre, que quand la machine s'appuie ſur les deux pivots déſignés, le levier B D s'arrête dans une poſition horizontale, & l'autre C A H dans une direction à plomb. On plonge enſuite la palette F G dans le courant L M d'un canal, en la diſpoſant de façon que la ſurface F G ſoit frappée directement par l'eau, & qu'on place les deux pivots C K ſur un appui ſolide, de façon cependant qu'ils puiſſent tourner librement. Les choſes diſpoſées de cette maniere, on obſerve que l'eau pouſſe vers M la palette ci-deſſus, & la fait monter. On applique ſur le levier C D un poids connu R, qu'on fait gliſſer juſqu'à ce qu'il arrive à un point N, ou on rétabliſſe le levier A C dans une direction à plomb, & l'autre levier C D dans une poſition horizontale. Dans ces circonſtances, ſi on conſidere la force exercée par l'eau contre la palette F G, réunie au centre de gravité H; il eſt clair, que cette force ſe met en équilibre avec le poids R au moyen du levier coudé du premier genre N C H; & ainſi nommant P la preſſion de l'eau, on aura $R \times C N = P \times C H$, & $P = \frac{R \times N C}{C H}$, quantité connue, qui exprime en poids la preſſion que l'eau exerce contre la palette F G.

Répétant cette expérience avec différentes vi-

teſſes de l'eau, & en variant la grandeur de la palette, on trouve toujours que *la valeur de* P *eſt a-peu-près égale à une colonne d'eau, dont la baſe eſt la ſurface* F G *de la palette; & la hauteur eſt égale à celle, d'où doit tomber un corps grave pour acquérir la viteſſe avec laquelle l'eau coule dans le canal* L M. A préſent ſi la ſuperficie frappée par l'eau $= S$ & C la viteſſe avec laquelle l'eau coule dans le canal, on aura $\frac{c^2}{38}$ pour la hauteur, dont la même viteſſe dépend (§. 283), ainſi $\frac{c^2 S}{38}$ exprimera la ſolidité de la colonne d'eau, qui multipliée par 367 (§. 385), donne $\frac{367 c^2 S}{38}$ livres pour le poids, qui exprime la force P, avec laquelle l'eau agit contre la ſurface S, & delà on aura $P = \frac{367 c^2 S}{38}$ pour la formule cherchée.

580. Pour ſe ſervir de la formule $P = \frac{367 c^2 S}{38}$ dans les machines miſes en mouvement par une roue à palettes, employée de la premiere maniere (§. 578), c'eſt-à-dire, plongée d'un ſixieme environ dans le courant, il faut trouver en premier lieu la viteſſe de l'eau $= c$, & meſurer la ſurface d'une palette $= S$, afin d'avoir la valeur de la puiſſance P. Cela fait, on conſidere que toute l'eau agit directement contre le centre d'une palette, & on trouve la propoſition, qui ſelon cette conſidération doit avoir lieu entre la puiſſance P & la réſiſtance R, par la nature de la ma-

chine : ſoit par hypotheſe P : R :: $m : n$, on aura $R = \frac{nP}{m}$ quantité connue, dont prenant les $\frac{4}{9}$ (§. 573. n. 2), on aura $\frac{4nP}{9m} = \frac{4n}{9m} \times \frac{367c^2S}{38} = Q$, réſiſtance à appliquer à la machine propoſée, pour avoir le plus grand produit dans la viteſſe donnée $= c$.

Suppoſé, par exemple, que $S = 6$ pieds, $C = 3$ pieds, $m = 2$, $n = 13$, ſubſtituant ces nombres dans les formules, on aura $P = \frac{367c^2S}{38} = 521$ livres $\frac{10}{19}$, $Q = \frac{4n}{9m} \times \frac{367c^2S}{38} = 1506$ livres $\frac{12}{19}$.

Si on veut augmenter le travail de la machine propoſée, il ſuffira d'augmenter la viteſſe de l'eau par quelque appui, ou autre expédient équivalent (§. 578), ou auſſi en donnant une plus grande largeur aux palettes, pour qu'elles ſoient choquées par une plus grande quantité d'eau (§. 575. num. 1. & 2) ; & s'il s'agit de conſtruire la machine, on fera enſorte d'en combiner la nature, de façon que la réſiſtance devienne très-grande relativement à la puiſſance (§. 575. n. 3).

Suppoſé, en ſecond lieu, que le poids Q, qu'on veut faire élever par la machine propoſée, ſoit donné, & qu'on doive déterminer la puiſſance = A, qui donne le plus grand effet. Pour cela on fait attention, que Q étant les $\frac{4}{9}$ de la réſiſtance, qui appartient dans l'état d'équilibre de la machine à la puiſſance cherchée P, appliquée

au centre des palettes, on aura pour la dite résistance $\frac{9Q}{4}$. Supposons que par la nature de la machine, cette résistance soit à la puissance comme $n:m$, on aura $n:m::\frac{9Q}{4}:P=\frac{9mQ}{4n}$, quantité connue. On compare ensuite cette valeur de P avec celle de la formule, & on aura l'équation $\frac{9mQ}{4n}=\frac{367c^2S}{38}$, avec laquelle, si la valeur de S est donnée par la machine, on trouvera la vitesse $=c$, qui doit faire mouvoir l'eau, pour produire le plus grand effet; & au contraire, si la vitesse de l'eau est donnée, on trouvera la superficie $=S$, que chaque palette doit avoir.

Toutes les fois que la machine sera déjà faite, on pourra résoudre le problême, abstraction faite des deux formules du présent paragraphe. Supposons en premier lieu la vitesse de l'eau connue: on compte le nombre de tours que la roue devroit faire dans un tems donné, si elle étoit mue avec la vitesse de l'eau, & on observe ensuite le nombre de tours que fait la même roue dans le même tems donné: si ce nombre est la troisieme partie de celui trouvé par le calcul, nous serons certains que la machine fournit le travail qu'on exige; si ce nombre est ensuite plus grand que la troisieme partie, il faudra augmenter la résistance, & si le nombre des tours est moindre, on diminuera la résistance, jusqu'à ce qu'on voie, que

que ce nombre tombe juste à la troisieme partie de celui calculé comme dessus.

Si en second lieu la résistance pour élever est fixée, on comptera aussi le nombre des tours, que devroit faire une roue dans un tems donné, si elle se mettoit en mouvement avec la vitesse connue de l'eau. On observera, que le nombre actuel des tours de la roue dans le même tems donné, correspond à la troisieme partie du nombre calculé, & s'il se trouve différent, il faudra augmenter ou diminuer la longueur des palettes, jusqu'à ce que la roue tourne avec une vitesse, qui soit la troisieme partie de celle de l'eau.

581. Si on fait des expériences analogues à celles décrites (§. 579), on trouve, que, si une lame d'eau agit dans une direction perpendiculaire contre les palettes d'une roue isolée hors de l'eau, comme dans la figure 42, on exprime à peu-près cette action avec le poids d'une colonne d'eau, qui a pour base la surface frappée, & pour hauteur une quantité double de la chûte R P de l'eau.

Si on nomme la surface frappée par l'eau = S & la vitesse de la susdite chûte = C, on aura $\frac{C^2}{38}$ pour la chûte, ainsi $\frac{C^2}{38}$ sera la hauteur double, qui, multipliée par la base = S, & par 367 livres, donnera $\frac{367 C^2 S}{19}$ pour le poids = P de la colonne

d'eau, qui exprime la force avec laquelle l'eau agit directement contre la palette $= S$.

Cela posé, si on se propose une machine mise en mouvement par l'eau, avec une roue à palette isolée, on trouvera, en se servant de la formule citée, & faisant des raisonnements semblables à ceux du §. 580, on trouvera, dis-je, avec la valeur donnée de P, la résistance $= Q = \frac{4nP}{9m} = \frac{4n}{9m} \times \frac{367c^2S}{19}$ à appliquer à la machine, pour qu'elle donne le plus grand produit dans la vitesse donnée $= C$: ainsi, si la résistance Q, que doit élever la machine proposée, & la chûte d'eau sont aussi données, on trouvera la valeur de $P = \frac{9mQ}{4n}$.

Si on veut ensuite, que la machine fasse un plus grand travail, il faudra augmenter la chûte de l'eau, ou sa quantité (§. 575, n. 1 & 2), & si la machine est à construire, on en combinera en outre la nature, de façon que la résistance soit très-grande relativement à la puissance (§. 575. n. 3).

On pourra enfin résoudre le problême, abstraction faite des formules, toutes les fois que la machine sera construite. Supposons la quantité d'eau fixée, & sa chûte RP; on calcule le nombre des tours, que la roue devroit faire dans un tems donné, si elle se mettoit en mouvement avec une vitesse correspondante à cette chûte, & on ob-

ferve après le nombre de tours, que fait la roue dans le même tems donné. Que, si ce nombre est la troisieme partie de celui trouvé par le calcul, on conclura que la machine fait l'effet demandé; si ce nombre est plus grand que la troisieme partie, on augmentera la résistance; si le nombre des tours est moindre, on diminuera la résistance, jusqu'à ce qu'on observe que ce nombre devienne le $\frac{1}{3}$ de l'autre nombre déduit par le calcul.

Si on a à déterminer la résistance à vaincre pour élever, & la chûte de l'eau, on comptera aussi le nombre des tours, que la roue devroit faire dans un tems donné. Si elle observoit dans son mouvement une vitesse correspondante à cette chûte. On observera, si le nombre des tours de la roue dans le même tems donné est le $\frac{1}{3}$ de l'autre, & s'il se trouve différent, il faudra augmenter ou diminuer la quantité de l'eau, jusqu'à ce que la roue tourne avec une vitesse qui soit le $\frac{1}{3}$ de celle qui se rapporte à la chûte de l'eau.

582. Tant que l'eau coule dans un canal peu incliné, & qu'elle agit contre une roue à palettes plongée en partie dans le courant, peu importe pour la pratique de savoir quelle est la quantité d'eau, qui choque les palettes dans un tems donné; il suffit, pour résoudre les problêmes de cette espece, de pouvoir mesurer la vitesse de l'eau pour la comprendre dans les formules (§. 579, 580);

mais toutes les fois qu'il s'agit de faire couler l'eau dans un canal très-incliné, pour faire mouvoir la roue à palettes isolées, comme dans la figure 42, il est nécessaire de comparer le poids de l'eau qui coule dans ce canal dans un tems donné, avec le poids qui exprime la puissance P (§. 581), Pour cela on observe, que l'eau, qui coule dans une minute seconde par une section $= S$, avec la vitesse égale à c, s'exprime par c S, & que si on multiplie ce produit par 367 livres, on a le poids de la même eau (§. 558), que nous nommerons $= A$; on aura donc, le poids de l'eau, qui coule dans le canal K I dans une minute seconde, est au poids P, qui exprime la puissance qui fait mouvoir la roue, comme $367\,c\,S : \frac{367\,c^2 S}{19} :: 19 : c$, c'est-à-dire $A : P :: 19 : c$, & ainsi $c\,A = 19\,P$.

Si on prend, par exemple, l'expérience du §. 572, dans laquelle on a employé 27 $\frac{1}{2}$ pintes d'eau en soixante minutes secondes, qui pesent 29374 deniers, l'eau, qui couloit dans le canal dans une minute seconde, pesoit donc 489 $\frac{1}{2}$ deniers $= A$, & la vitesse correspondante à la chûte de l'eau, étoit de 4 $\frac{7}{8}$ pieds. Si on substitue ces données dans la formule $c\,A = 19\,P$, on aura $P = 125\,\frac{1}{2}$ deniers, qui expriment l'action de l'eau dans chaque instant contre les palettes de la roue.

Supposons, en second lieu, qu'on doive employer une puissance P de 900 livres, pour faire

mouvoir la roue à palettes isolées d'une machine, & que la vitesse = c correspondante à la chûte de l'eau soit de 15 pieds, il suffira de substituer ces nombres dans la formule c A = 19 P, & on aura A = 1140 livres, c'est-à-dire, qu'on fera couler dans le canal K I dans une minute seconde autant d'eau que pesent les livres ci-dessus, afin que le poids P, qui exprime la puissance, aille à 900 livres.

Une courte réflexion suffit sur la formule citée, pour connoître que la même quantité d'eau représentée par le nombre 19, rend plus énergique son action représentée par la lettre c, à mesure que la vitesse de l'eau s'augmente; on a déjà tiré cette déduction de la comparaison faite des expériences (§. 572, 574): comme on y a employé les mêmes quantités d'eau, qu'on a fait tomber de deux hauteurs différentes, les plus grands produits ont suivi la proportion des vitesses correspondantes aux chûtes de l'eau.

583. L'eau qu'on conduit dans un grand canal, pour mettre en action différentes roues à palettes isolées, doit être comme stagnante dans l'endroit où se fait la répartition, & se maintenir constamment à la même hauteur, afin qu'on ait toujours la même quantité d'eau pour le mouvement de chaque roue. On fait pour cela sur le côté de ce grand canal un grand trou, que l'on nomme *mo-*

dérateur ou *régulateur* ; il s'ouvre ou se ferme à volonté au moyen d'une cataracte ; il convient en outre d'adapter une vanne au côté supérieur de chaque écluse, pour décharger l'eau nécessaire au mouvement de la roue. La partie supérieure de toutes ces vannes doit être sur le même horizon, pour servir de regle à l'ouvrier destiné pour régler le mouvement des machines, parce qu'après avoir donné l'eau à toutes les roues, cet homme doit abaisser ou élever la cataracte du régulateur, de façon que l'eau se maintienne dans le grand canal à fleur des vannes ci-dessus ; & quand l'eau se trouve en très-petite quantité dans le grand canal, l'ouvrier doit, après avoir fermé entiérement le modérateur, ouvrir seulement ce nombre d'écluses, pour maintenir constamment l'eau à fleur des vannes ; quand toutes ces attentions ne sont pas employées à propos, il arrive que les machines produisent un effet au-dessous de celui qu'on devoit en attendre ; & si on en considere le mouvement, sans faire attention à la regle à observer dans la répartition de l'eau, on juge alors la machine imparfaitement, quand surtout le peu d'effet qu'elle produit, vient de maladresse dans la répartition ci-dessus, & non de l'imperfection de la machine.

Pour se former une idée plus distincte des machines mises en mouvement par une roue à pa-

lettes, & auſſi pour prouver la théorie qu'on vient de citer ſur de ſemblables machines, on pourra examiner les moulins de cette ville royale, qui exiſtent hors de la porte du palais, vulgairement dits *moulins à moudre*; on y trouve de pareils moulins, mis en mouvement par des roues à palettes iſolées, qui tournent avec une grande viteſſe, & donnent un produit de ſept à huit mines de farines par heure; le dernier de tous eſt placé dans la partie la plus baſſe du courant, comme il eſt mu par une roue à palettes plongées en partie dans l'eau, il ſe meut lentement & ne peut moudre que $2\frac{1}{2}$ à 3 mines par heure, quoique la largeur de ſes palettes ſoit ſenſiblement plus grande que celle des autres, & que cette roue ſoit miſe en mouvement par la plus grande partie de l'eau, qui fait mouvoir les autres moulins établis au-deſſus.

584. La roue à augets, avec laquelle on a fait les opérations ſuivantes, étoit auſſi, comme on l'a déjà dit, du diametre de $7\frac{1}{2}$ pouces, & du poids de $5\frac{1}{3}$ livres, comme l'autre roue à palettes. Les augets étoient larges & avoient un pouce de profondeur, & les ſéparations D E, F H étoient diſpoſées avec une telle pente, que lorſque l'auget ſe trouvoit dans l'endroit le plus bas D, il ſe vuidoit entiérement. Pl. 8. F. 46

On a fait auſſi deux expériences avec cette roue;

on employoit dans chaque 19 $\frac{1}{16}$ pintes d'eau, qui se vuidoient en 60 minutes secondes. On conduisoit l'eau dans la premiere expérience dans les augets avec un coursier court A B de figure pyramidale, disposé de façon que l'eau B R se déchargeoit en entier dans l'auget opposé R C, & il arrivoit dans le tour de roue de R vers Q, que les augets compris de R en F, dans lesquelles une partie de l'eau introduite s'arrêtoit, formoient environ le tiers de la roue.

On conduisoit ensuite dans la seconde expérience l'eau dans les augets, au moyen d'un long coursier K L, de figure aussi pyramidale tronquée, & disposé de façon, que l'eau L Q s'introduisoit directement dans l'auget opposé Q; il arrivoit alors que les augets compris de Q en F, dans lesquels une partie de l'eau s'arrêtoit, formoient la sixieme partie environ de la roue.

On a observé dans ces expériences, que, quoique l'eau choquât directement le fond de l'auget au commencement, cependant le point de percussion s'éloignoit de ce même fond à mesure qu'il se remplissoit & s'approchoit de l'orifice de l'auget, ainsi après avoir considéré toutes les circonstances de ce fait, on a cru devoir établir pour point moyen de cette percussion, la demi-profondeur de l'auget; c'est pourquoi le diametre de la roue correspondante à ces percussions

évaluées en commun, eſt de 6 $\frac{1}{2}$ pouces, & par conſéquent la circonférence correſpondante de 20 $\frac{1}{2}$ pouces. La hauteur VR de l'eau priſe de la ſurface V N jusqu'au point commun de percuſſion R, étoit de $\frac{7}{24}$ de pied, & 120 tours de roue en 60 minutes ſecondes, en ſuppoſant qu'elle ſe meuve avec la même viteſſe que l'eau. La hauteur N Q de l'eau, priſe dans le long courſier depuis la ſurface N V jusqu'au point commun de percuſſion Q, étoit d'un demi-pied, d'où la viteſſe correſpondante à cette hauteur étoit de 4 $\frac{9}{25}$ pieds, il ſuit que la roue miſe en mouvement avec cette viteſſe, auroit fait 155 tours en 60 minutes ſecondes.

L'appareil des coffrets, pour charger la roue à augets, avec des poids différents, étoit le même, qui avoit ſervi pour les roues à palettes (§. 570).

ROUE À AUGETS

miſe en mouvement avec 19 $\frac{1}{16}$ pintes d'eau, qui s'écouloient en 60 minutes ſecondes.

	Dans le courſier court A B. Premiere expérience.		Dans le courſier long K L. Seconde expérience.	
Poids mis dans les coffrets pour charger la roue.	Tours de la roue en 60 minutes ſecondes.	Produits des poids mis dans les coffrets avec le nombre de tours.	Tours de la roue en 60 minutes ſecondes.	Produits des poids mis dans les coffrets avec le nombre de tours.
1248 deniers.	ſtationnaire.			
1152.	mouvement irrégulier.			
1056.	21.	22176.		
960.	27 ½.	26400.		
864.	33.	28512.	ſtationnaire.	
768.	37 ½.	28800.	mouvement irrégulier.	
720.	40.	28800.		
600.	48.	28800.	30.	18000.
480.	60.	28800.	49.	23520.
432.	66.	28512.	57.	24624.
384.	73.	28032.	68.	26112.
336.	81.	27216.	77 ½.	26040.
298.	86.	25628.	85.	25330.
266.	90.	23940.	93.	24738.
192.	les poids ſautoient dans les coffrets			
ſans la charge des coffrets.	110.		136.	
Tours que feroit la roue avec une viteſſe égale à celle de l'eau	120.		155.	

585. On voit d'après le résultat, qui vient d'être expliqué :

1°. Que, quand même la vitesse de l'eau, & par conséquent le nombre de tours que la roue auroit faite à vuide dans la premiere expérience, seroit à celui de la seconde comme 120 : 155, cependant le plus grand produit de la premiere expérience surpasse de $\frac{1}{12}$ environ la seconde.

2°. Que dans la premiere expérience, on a pour plus grand produit de la vitesse 28800, qui sont compris entre les $\frac{5}{16}$ & la moitié de la vitesse de l'eau, & que les deux produits voisins 28512, different peu du plus grand produit, aulieu que dans la seconde expérience, on n'a que deux très-grands produits 26040 & 26112, dont les deux 25330 & 24624, qui le confinent, s'éloignent sensiblement.

3°. Si on compare ensuite le plus grand produit 28800, donné dans la premiere expérience par la roue à augets, avec l'autre produit 15182 de la roue à palettes dans la seconde expérience (§. 572), dont l'eau dépensée en 60 minutes secondes étoit aussi de 19 $\frac{1}{16}$ pouces, on voit que le premier de ces produits est presque le double du second ; on déduit delà que toutes les fois que la chûte de l'eau dans la roue à augets, employée suivant la premiere expérience, est à celle de la roue à palettes, comme 7 : 15 ; on a un travail

presque double, en se servant de la roue à augets de préférence à la roue à palettes.

4°. Il résulte de la même comparaison, que le poids de 266 deniers élevé par la roue à palettes dans son plus grand produit, est la troisieme partie environ de 768 deniers, poids élevé par la roue à augets dans la premiere expérience, lorsquelle tourne avec une vitesse = $\frac{5}{16}$ de la vitesse de l'eau, & que le poids 266 excede de peu la moitié de celui qui est élevé par la roue à augets dans la premiere expérience, lorsqu'elle tourne avec une vitesse égale à la moitié de celle de l'eau.

5°. On conclut de toutes ces réflexions, que *la roue à augets est préférable à la roue à palettes, toutes les fois qu'on emploie la premiere, comme dans la premiere expérience* du §. précédent, & que la méthode employée pour la roue à augets, sera dans le cas d'être préférée à celle de la seconde expérience.

586. Examinons succinctement d'où procede la variété des effets, qu'on observe dans les roues à palettes & à augets, quoiqu'elles soient du même diametre & du même poids, & que la même quantité d'eau les fasse mouvoir.

On a démontré dans la dynamique au chapitre septieme, que la force d'un corps en mouvement se mesure avec le produit de sa masse par sa vitesse, & que, s'il en choque un autre, qui se meu-

ve du même côté avec une viteſſe moindre, la force du choc ſera ſeulement partielle, & ſe meſurera avec le produit de la maſſe du corps qui choque, par l'excès de la viteſſe que ce corps retient dans la direction de celle du corps choqué. Cela poſé, on obſerve, que quand la quantité d'eau = q choque avec la viteſſe égale à c dans les palettes de la roue arrêtée, l'eau agit avec ſa force entiere, qu'on peut exprimer par $q\,c$; mais quand la roue, après avoir paſſé du repos au mouvement uniforme, a acquis la viteſſe = u, alors on exprime la force, avec laquelle l'eau choque dans les palettes par $q\,c - q\,u$, & cette quantité diminue à meſure que u augmente; de façon, que quand la roue ſe meut avec la plus grande viteſſe, parce que la machine, qui n'eſt ſurchargée d'aucune réſiſtance, doit ſeulement vaincre ſes propres frottements, la force d'impulſion $q\,c - q\,u$, devient alors la moindre de toutes.

L'eau qu'on introduit dans les augets d'une roue au moyen d'un courſier, agit auſſi par impulſion; mais comme une partie de cette eau s'arrête dans un certain nombre d'augets, ainſi cette force motrice devient compoſée de l'impulſion, & du poids de l'eau qui reſte dans les augets; d'où nommant le poids de cette eau, qui reſte = p, la force qui agit contre la roue à au-

moindre que celui qu'on retiroit des roues à palettes.

Lorſque nous parlerons à l'avenir des roues à augets, nous entendrons toujours parler de celle qui eſt miſe en mouvement avec le courſier court, & dans les circonſtances décrites (§. 584) pour la premiere expérience.

587. On a coutume de proportionner les roues à augets qu'on deſtine à mouvoir des machines conſidérables à leur diametre D M. On donne à la profondeur des augets $\frac{2}{15}$ du même diametre, leur largeur ordinaire eſt auſſi de deux quinziemes, & dans le cas, où il s'agiroit de l'augmenter, parce que la ſolidité de la machine pour-
Pl. 8. F. 46 roit faire face à un plus grand travail, on n'outrepaſſeroit point les $\frac{4}{15}$. Les ſéparations F H, D F, ſe placent à la diſtance de $\frac{1}{10}$ du diametre, lorsque la largeur de la roue eſt de $\frac{2}{15}$, & on augmente quelquefois cette diſtance, lorsque la largeur eſt plus grande que les $\frac{2}{15}$. Les ſéparations doivent toujours être aſſez inclinées, pour que les augets arrivant à l'endroit le plus bas D, ſe vuident tout-à-fait, & l'eau G G, qui en eſt ſortie, doit être à diſtance ſuffiſante, pour ne pas toucher la roue, parce qu'autrement elle en ralentiroit le mouvement.

La figure du courſier doit être une pyramide tronquée quarrée par ſa baſe, dont le côté de la baſe

baſe ſupérieure A excede au moins le $\frac{1}{4}$ de celui de la baſe inférieure B, par où l'eau ſe décharge.

Il arrive auſſi dans l'uſage de la roue à augets, que lorsqu'on ferme le courſier, il ſort une très-petite portion d'eau par les jointures de la fermeture, qui, rempliſſant inſenſiblement un ou deux augets, produit de tems en tems des mouvements raccourcis dans la machine. Il ſuffit, pour prévenir ces mouvements, de faire au fond de chaque auget un très-petit trou pour la décharge de cette eau.

588. On comprend aiſément par tout ce qu'on a dit (§. 586), que l'eau agit d'une maniere très-compoſée dans la roue à augets. Si l'on cherche théoriquement la loi de ce fait, on réuſſit très-difficilement à la trouver, attendu qu'il faut appuyer ſon calcul ſur des principes inſuffiſants, & ſujets à nombre de modifications phyſiques; mais ſi on emploie les expériences citées (§. 572, 584), on réſoudra aiſément le problême, en comparant pour cela les mêmes expériences (§. 585. n. 3 & 4).

Suppoſons en premier lieu, qu'on ait une machine, dont la roue de mouvement ſoit à augets, & que la puiſſance P, qui doit faire tourner cette roue avec le courſier court, placé dans les circonſtances décrites ci-devant, ſoit donnée, & qu'il

s'agiſſe de déterminer delà le poids que la machine doit élever pour obtenir le plus grand effet.

Soit V R la chûte de l'eau donnée pour faire
Pl. 8. F. 46 mouvoir la roue à augets, $\frac{15 VR}{7}$ ſera la chûte de cette eau, qu'on exige pour faire mouvoir la roue à palettes de même diametre, & poids (§. 585, n. 3) On fait ſelon le §. 581, le poids ou la réſiſtance, que la roue à palettes devroit élever pour avoir le plus grand produit avec la puiſſance donnée P, & avec la chûte $\frac{15}{7}$ V R; ſoit ce poids = Q; on obſerve, que ſi on veut donner à la roue à augets une viteſſe, qui ſoit environ la moitié de celle de l'eau, ou purement ou ſimplement les $\frac{5}{16}$ (§. 585. n. 4): dans le premier cas on aura 2 Q pour le poids, qui élevera la roue à augets, pour avoir le plus grand produit; & dans le ſecond cas on aura 3 Q pour le poids cherché.

Si au moyen de la puiſſance donnée P, on vient à déterminer la quantité d'eau = A, qui devroit s'écouler dans une minute ſeconde contre la roue à palettes (§. 582), & qu'on faſſe ſortir cette quantité du courſier B dans le tems cité, on aura par-là la ſolution du problême.

Suppoſons en ſecond lieu, qu'une machine miſe en mouvement par une roue à augets ſoit donnée, ſoit auſſi donnée la chûte V R & le poids = Q à élever, enſorte qu'il s'agiſſe de déterminer la puiſſance P, & la quantité de l'eau = A, pour

avoir le plus grand effet avec le coursier court. Pour cela on considere qu'on obtient le plus grand produit de la roue à augets avec une vitesse comprise entre les $\frac{5}{12}$, & la $\frac{1}{2}$ de celle, qui se rapporte à la chûte V R, & que les résistances Q correspondantes à cette vitesse sont entre le double & le triple de celles qui sont élevées par la roue à palettes (§. 585). Supposons que m exprime la fraction comprise entre le $\frac{1}{3}$ & la $\frac{1}{2}$, on aura m Q pour la résistance à élever par la roue à palettes avec la même quantité d'eau & avec la chûte $\frac{15}{7}$ V R. On trouve à présent selon le §. 584 la puissance P, qui avec la chûte $\frac{15}{7}$ V R convient à la résistance m Q, pour avoir le plus grand produit dans la roue à palettes, & on détermine la quantité de l'eau = A, qui correspond à la dite puissance P : si on vient à bout d'évacuer du coursier cette quantité d'eau dans une minute seconde, on aura le plus grand effet cherché de la machine.

Si on veut augmenter le travail de la machine, il faudra augmenter la chûte de l'eau, ou sa quantité; pourvu que les augets la puissent contenir (§. 575 n. 1 & 2.); & si on doit construire la machine, on fera enforte d'en combiner la nature de façon, que la résistance surpasse de beaucoup la puissance (§. 575. n. 3).

Si la machine est ensuite faite, & qu'on veuille

connoître si elle fournit tout ce qu'elle doit, il suffira d'observer, si la roue à augets se meut avec une vitesse, qui soit entre les $\frac{5}{16}$ & la $\frac{1}{2}$ de celle qui appartient à la chûte VR de l'eau; si on trouve, qu'elle se meut avec une vitesse différente, on augmentera ou on diminuera la résistance, jusqu'à ce qu'on arrive entre les deux limites désignés; & si on veut, que la résistance soit invariable, on augmentera ou on diminuera la quantité de l'eau. En général, on fera des réflexions analogues à celles de la fin du §. 580 pour la roue à palettes.

L'eau qu'on conduit dans un grand canal, pour donner le mouvement à nombre de roues à augets, doit être comme stagnante à l'endroit de la division, & se maintenir à la même hauteur, pour avoir constamment la même quantité d'eau pour le mouvement de chaque roue, en employant en outre les autres dispositions décrites (§. 583).

589. Quant aux machines qu'on fait mouvoir avec les hommes & les animaux, qui travaillent en marchant ou en faisant effort de leurs muscles, on en détermine le plus grand effet, en modérant le poids à élever de façon, qu'ils puissent en continuer le travail pendant plusieurs heures. Ce qu'on a dit dans le chapitre précédent, suffit pour fixer ce poids dans différentes circonstances; on a dit à propos d'exemple dans le chapitre cité,

que la force d'un homme, qui fait tourner un cabestan, en travaillant tout le jour, s'évalue à 35 livres; donc si on trouve dans la machine proposée la résistance correspondante à la puissance de 35 livres, y compris les frottements, on aura, en employant cette résistance, le plus grand effet qu'un homme peut produire avec cette machine en travaillant de suite.

590. Quoique les regles données, pour déterminer le plus grand effet, soient très-générales, il convient néanmoins de faire quelqu'attention, lorsqu'il s'agit de les appliquer à certaines cathégories de machines, sans quoi on perd beaucoup du plus grand effet qu'on espere en tirer. On comprend dans cette cathégorie les presses de différentes especes & les martinets. On observe, que dans la figure 47. l'arbre C tourne au moyen de la roue mouvante A A de B vers D, & qu'avec la dent B E, qui rencontre par-dessous la saillie L, elle éleve jusqu'à un certain point le pilon K H, qui coule dans les cannelures H, & le laisse ensuite tomber dans le mortier M, pour broyer les matieres qu'il contient: il est clair, que si l'autre dent F G ne se trouve pas encore après cette chûte à portée de la saillie L X pour l'élever, le pilon demeurera en repos pendant quelque tems. Pl. 8. F. 47

Si au contraire la roue tourne avec une vitesse excessive de façon, que la saillie L X, en s'échap-

pant de la dent B E, rencontre celle qui suit F G, avant que le pilon ait frappé les matieres M; dans ce cas les sauts continuels du pilon n'aboutiront à rien, & les matieres mises dans le mortier, pour être broyées, resteront entieres. Pour avoir donc le plus grand effet dans une machine de cette espece, il convient d'abord d'établir, d'après les regles données, la vitesse que la roue mouvante doit avoir & le poids du pilon; après quoi, on doit tellement disposer les distances des dents entr'elles, que lorsque la saillie L X se sera échappée de la dent B E, & que le pilon K H aura frappé les matieres M, la dent qui suit F G, rencontre immédiatement la susdite saillie, & éleve de nouveau le pilon.

Il faudra faire aussi les mêmes réflexions pour le martinet S R Q, qui en tournant au tour du pivot R, frappe dans sa chûte de S en V, le fer rouge T placé dessous, pour lui faire prendre différentes formes.

Si l'arbre C se trouve ensuite très-long, ensorte qu'il soit destiné à élever plusieurs pilons, comme dans les moulins à poudre, dans ceux à papier, ou dans ceux employés à dépouiller le ris de son écorce, ou pour écraser les minéraux, & comme dans tous ces cas la vitesse de la roue mouvante & le poids des pilons sont déterminés, on dispose les dents de façon, qu'il y ait toujours

un nombre de pilons en action, ainsi qu'on l'a dit au §. 570. fig. 43, en discourant sur la position des quatre coffrets, dont deux chargeoient toujours la roue.

591. On a supposé dans tout ce qui a été dit jusqu'ici sur les machines en mouvement, que leur effet consistoit à élever un poids; mais il existe d'autres machines, dont l'effet vient du frottement & de la compression; de cette espece sont les forêts pour forer l'ame des canons, des fusils à vents, & des arquebuses, & pour forer les pompes à eau & les tuyaux, les scies pour scier les pierres & le bois, les machines à limer & aiguiser, les moulins &c.

On peut exprimer toutes ces résistances avec un poids; mais pour déterminer la quantité de ce poids, il est nécessaire de faire quelques expériences préalables, adaptées à la maniere dont la machine travaille. Veut-on, par exemple, déterminer en poids la résistance de la machine à forer les canons, on pourra entamer l'expérience de cette façon, ou d'une autre maniere équivalente. Pl. 8.
On ajuste le forêt C B C *) à l'extrémité A d'un F.48
arbre vertical A D, qui tourne librement dans

*) Il paroît qu'on se sert encore en Piémont de l'ancienne machine à forer verticale remplacée en France par une autre plus ingénieuse & qui n'a aucun des inconvénients de la premiere.

ses deux encastrements E E; on met dessous le foret une piece de bronze F F de même qualité que celui des canons à forer, ensuite on charge l'arbre en mettant des poids dans le vuide G, après quoi on fait tourner l'arbre à l'aide de la manivelle H H, jusqu'à ce que tout le taillant C B C du forêt agisse sur la piece de bronze F F; si le forêt continue dans cet état à pénétrer dans le bronze de toute l'étendue de son taillant, le poids placé dans le vuide G, exprimera la résistance cherchée, avec laquelle on trouvera ensuite la puissance convenable, pour donner le mouvement à la machine dans le cas du plus grand effet. On le détermine dans ces machines, en les envisageant sous des points de vue différents de ceux désignés jusqu'ici; par exemple, si on fait tourner le forêt avec trop de lenteur, on fera très-peu d'ouvrage, & si le forêt tourne trop vite, il s'échauffera au point de se détremper, & ne pourra plus ensuite faire d'effet.

Si le mouvement de la meule dans le moulin à grains est lent, on perdra le tems inutilement, & la farine sera peu propre à faire de bon pain; si au contraire la meule tourne avec trop de vitesse, la farine s'échauffera, se desséchera & prendra un mauvais goût, d'où il suit qu'on doit régler la vitesse de la meule entre ces deux limites.

592 Nous finirons ce chapitre par quelques avis importants.

1°. On observe que lorsqu'on veut imaginer une machine, il faut d'abord réfléchir sur l'effet qu'on en attend & sur l'usage auquel on la destine (chap. second). Si on ne cherche qu'à élever un grand poids, ou à surmonter quelque grande résistance en travaillant dans un tems fort court, & si l'on n'a pas pour cela une force suffisante en employant une machine simple, ou bien si la machine simple n'est pas capable de produire l'effet que l'on veut obtenir, il est nécessaire de se servir en pareil cas de quelque machine composée, & on doit avoir attention, en les combinant, d'éviter toute composition inutile. Généralement parlant, on ne s'arrête point en imaginant de telles machines à leur plus grand produit, attendu que les hommes les font mouvoir, & on n'en fait point un usage continu comme dans la plus grande partie des machines de l'artillerie, dans lesquelles on ne cherche qu'à se ménager l'effet qu'on desire, & à en rendre le transport & la manœuvre aisés.

Toutes les fois qu'on se propose d'imaginer des machines stables, & établies en lieu propre à fournir un travail continuel & long, il est nécessaire de concerter toute son étude pour obtenir le plus grand effet. Les moulins & les pilons à faire la poudre &c. sont de cette espece, on doit se proposer pour objet principal en créant ces machines, de les simplifier autant qu'il est possi-

ble, attendu que plus la machine eſt compoſée, plus elle perd de ſon effet à cauſe du plus grand frottement

2°. Ceux qui veulent acquérir l'habitude de combiner des machines adaptées à quelque uſage utile, doivent examiner ſoigneuſement toutes celles qui ſont faites ou deſſinées, en combinant s'ils y trouvent toutes les circonſtances avantageuſes, que la théorie nous fournit; ils doivent en outre faire attention à certains moyens ou expédients ſimples & aiſés, qui ſont ſur-tout néceſſaires, pour obtenir le meilleur effet de la machine.
Pl. 9. F. 49 Par exemple, on commence, en viſitant un moulin, à obſerver le méchaniſme principal pour faire tourner la meule A R, qui conſiſte dans la grande roüe H, qui avec ſes dents E fait tourner l'autre petite roue dentée K, & par conſéquent l'arbre C B, dont la partie ſupérieure B entre dans le fer *m m*, ſolidement attaché à la meule A R, & dans la diſpoſition de la meule inférieure L L, qui reſte toujours ferme traverſée par l'arbre.

On obſerve en outre, que l'intervalle entre les deux meules ſupérieures & inférieures va en diminuant de *m* vers *n*, afin que le grain, en tombant par le trou P entre les deux meules, commence à ſe broyer groſſiérement & ſe réduiſe enſuite en farine, à meſure que gliſſant ſur le plan incliné *n* S, il s'avance vers l'endroit le plus étroit

S, d'où il ſe décharge, après être converti en farine ; & comme on eſt ſouvent dans le cas de moudre auſſi le bled de turquie & des légumes, & qu'il faut pour cela augmenter l'intervalle entre les deux meules, on adapte en conſéquence un coin G deſſous la poutre D F, qui ſoutient l'arbre C B ; on le fait gliſſer à volonté, & on éleve ou on abaiſſe par ſon moyen la même poutre, qui tourne par ſon autre extrêmité autour du pivot F, moyennant quoi l'intervalle augmente ou diminue entre les deux meules.

On obſerve encore, que la meule A R, quoique forcée de tourner avec l'arbre B C, a cependant une oſcillation libre vers ſes extrêmités S, qui la fait incliner un peu tantôt d'un côté & tantôt de l'autre, & que ſouvent cette meule ſe ſouleve un peu à raiſon de l'élaſticité de la poutre D F : on obſerve en outre, qu'on laiſſe exprès ces mouvements irréguliers en liberté, afin que la meule, en changeant d'action, puiſſe s'appliquer aux diſpoſitions plus ou moins favorables, que les matieres à broyer préſentent, en gliſſant de *n* vers S. On doit après ces conſidérations mettre la machine en mouvement, pour examiner toutes les circonſtances qui en dépendent, pour en obtenir le plus grand effet.

Viſite-t'on la machine à allézer les canons, les fuſils à vent, les arquebuſes &c , après qu'on en

aura examiné le mouvement & le méchanisme principal, on se formera souvent nombre d'idées très-utiles; par exemple, on trouvera que l'allézoir se rafraîchit continuellement au moyen d'un conduit d'eau, pour qu'en sauvant l'inconvénient de se détremper, on puisse procurer un plus grand mouvement à la machine, & par conséquent s'en assurer l'effet le plus prompt. On observe quelquefois, qu'on emploie dans la machine un *modérateur*, pour augmenter ou diminuer à volonté la compression de l'allézoir, pour pouvoir exercer avec précision une plus grande ou moindre compression, suivant la différente résistance des corps à allézer.

3°. Il importe sur-tout, pour construire une machine, d'avoir des ouvriers capables, & particuliérement pour en assembler les parties, lorsqu'elle est composée; attendu que la perfection d'une machine bien imaginée dépend de l'assemblage plus ou moins exact de ses parties.

On fait aisément l'application de cet important avis aux maîtres horlogers; car quoiqu'ils fassent travailler séparément toutes les parties des montres avec beaucoup de soin, & dans les proportions exactes, ils chargent néanmoins de l'assemblage de toutes ces parties un des ouvriers le plus habile, à qui ils donnent aussi une plus grande récompense, quoique son travail ne con-

ſiſte qu'à retoucher légérement quelques endroits des parties déjà exécutées, ſelon les proportions convenables, & à diſpoſer les mêmes parties avec l'exactitude & la préciſion néceſſaire, pour que le mouvement de la machine ſoit libre & uniforme, ainſi qu'il convient.

CHAPITRE SIXIEME.

Des pompes pour élever l'eau des endroits bas.

593. Les pompes occupent la premiere place dans les machines hydrauliques; elles ont été inventées pour faire monter l'eau des puits & des autres endroits bas; d'où il ſuit qu'en les enviſageant de ce côté, elles appartiennent à la cathégorie de ces machines. Leur effet conſiſte uniquement à ſoulever un poids.

On diſtingue les pompes en deux eſpeces, c'eſt-à-dire, *pompes aſpirantes & pompes foulantes.* Les premieres font ſeulement monter l'eau à la hauteur de vingt pieds; mais les ſecondes la portent à toutes ſortes de hauteurs.

On tire enſuite une troiſieme eſpèce de pompe de la combinaiſon des deux autres; elle aſpire & foule, ce qui la fait nommer *aſpirante & foulante.* On éleve auſſi l'eau par ſon moyen à toute ſorte de hauteur.

Si on adapte dans un cylindre A B un piſton Pl. 9. F. 50

exact D E, de façon qu'entre ce piston & le cylindre l'air ni l'eau ne puissent passer, & qu'on plonge l'extrêmité B du cylindre dans l'eau Q Q, jusqu'à ce que la partie inférieure D du piston touche l'eau. Si l'on fixe le cylindre dans cet état, & qu'on éleve le piston au moyen de la verge E F, l'eau montera dans le cylindre jusqu'à la hauteur d'un barometre formé avec cette eau; c'est à-dire, à 20 pieds environ (§. 81, 82); après quoi, à telle hauteur qu'on continue à élever le piston, l'eau ne montera plus dans le cylindre; mais restera stationnaire à cette hauteur, & sera seulement sujette aux variations du barometre.

594. Pour changer cette combinaison en pompe aspirante, on fait au milieu du piston D un trou N, au dessus duquel on adapte une soupape S, qui s'ouvre en s'élevant vers A, & se ferme en tombant vers N; on fixe invariablement un tampon G, qui touche à l'eau Q; il a aussi dans le milieu un trou R, au-dessus duquel on établit la soupape V, qui s'ouvre & se ferme comme la premiere; on joint l'extrêmité supérieure F du levier E F par un pivot F au manche H K, qui éleve & abaisse le piston en tournant sur le pivot H; il doit être éloigné du tampon G de 18 $\frac{5}{6}$ pieds au moins, qui est la plus petite hauteur d'un barometre fait avec l'eau pure. On adapte au fond du cylindre B un treillis très-fin pour

Pl. 9. F. 51

empêcher les herbes, les filandres & d'autres corps ſemblables de s'introduire dans la pompe & d'en interrompre le ſervice; & on fait à l'endroit L, au-deſſus du piſton, un trou dans la paroi du cylindre, auquel on adapte un tuyau L M, pour faire couler, où on veut, l'eau élevée par la pompe.

La machine étant diſpoſée de cette maniere, ſi on éleve le piſton vers A, la ſoupape S ſe fermera par ſon poids & par la preſſion de l'athmoſphere, d'où l'air renfermé entre le piſton & le tampon G, ſe dilatera d'autant plus, que le piſton montera; c'eſt pourquoi l'équilibre entre cet air & celui de l'athmoſphere, qui preſſe ſur la ſurface Q de l'eau, étant interverti, cette eau, paſſant par le trou R, élevera la ſoupape V, & montera juſqu'en Z. Si, après avoir élevé le piſton juſqu'à la plus grande hauteur P, que puiſſe donner le mouvement du manche H K, on vient à l'abaiſſer, la ſoupape V tombera par ſon propre poids & par celui de l'eau V Z comprimée par l'air Z N, & fermera le trou R; pendant ce tems le même air comprimé par le départ du piſton, élevera la ſoupape S, & s'échappera en partie par le trou N. Si on éleve de nouveau le piſton, la ſoupape S tombera, & pendant que l'air, qui ſéjourne en N Z, ſe rarefie, la preſſion de l'athmoſphere ſur la ſurface Q Q de l'eau, la fera mon-

ter en ouvrant la soupape V, & elle s'introduira dans la capacité N Z. Si on abaisse ensuite le piston de nouveau, le trou R se fermera & l'autre trou N s'ouvrira, qui donnera passage à tout l'air qui se trouvoit encore dans la capacité N Z, & une partie de l'eau existante dans cette capacité, commencera aussi à passer par le trou N, & à monter au-dessus du piston. Si on l'éleve de nouveau, il fera fermer la soupape S, & ouvrir l'autre V; l'eau s'introduira à travers dans la capacité V N; pendant ce tems celle qui est déjà dessus le piston, sera aussi soulevée & gagnant le trou L, elle coulera dans le tuyau L M. Si on continue ainsi à élever & abaisser le piston, on fera monter l'eau de l'endroit bas Q, jusqu'à la hauteur L, qu'elle se dégorgera par le tuyau, à chaque fois que le piston montera.

595. On fait ordinairement le loquet P T du piston moindre de deux pieds; d'où il arrive que si on le place trop loin de la superficie de l'eau Q, il faut répéter plus souvent le mouvement de ce même loquet, avant d'avoir pu tirer tout l'air de l'endroit N V, & avant que l'eau commence à passer dessus le piston.

On doit donc, pour rendre plus prompt l'effet de la pompe, placer le piston si bas, qu'il se trouve encore plongé dans l'eau; on retire un autre avantage de cette disposition, le cuir des soupapes se maintient

maintient toujours gonflé, ensorte qu'il ferme plus exactement le trou, que quand il est sec; il est nécessaire d'humecter le cuir, quand il est trop sec, en jettant de l'eau dessus par l'ouverture A de la pompe, sans cela la machine ne produiroit point l'effet, qu'on en attend.

Il se rencontre quelquefois certains obstacles, qui empêchent de mettre le piston & le tampon G dans l'eau; il faut dans ce cas se servir d'un tube R X, qu'on nomme *tube d'aspiration*; on l'ajuste exactement à la pompe AB au moyen des vis C C, & on y insere une piece de cuir, pour que l'air ne puisse pas pénétrer cet assemblage. Pl. 9. F. 52

On peut placer le tube d'aspiration, vertical, incliné ou plié, & pour n'être pas obligé de remuer trop souvent le piston, avant que l'eau se dégorge par le tuyau L M, on fait le tube d'un diametre beaucoup plus petit que celui de la pompe, il est indispensable, qu'il n'y ait aucun trou dans ce tube, par-où l'air intérieur puisse s'introduire; parce qu'autrement on ne pourroit jamais raréfier l'air renfermé dans le tube, & par conséquent la pompe ne pourroit pas produire son effet.

596. La figure 53 représente une pompe foulante, dont le tampon G placé dans la partie supérieure du cylindre A B, a une soupape V sur le trou G, au moyen duquel la capacité inférieure Pl. 9. F. 53

M communique avec la partie supérieure A, & avec le tube C L, qu'on nomme *tube d'ascension*. Le piston D a aussi la soupape S & le trou N. Ce piston se meut de P en Z, au moyen de la verge E F, attachée à l'étrier H K H.

Il faut, pour se servir de cette pompe, la plonger dans l'eau Q, au point que sa surface soit au-dessus du piston, lorsqu'il se trouve à sa plus grande hauteur P. On voit aisément par cette disposition & par ce qui a été dit (§. 594), que quand le piston descend en Z, l'eau entre par le trou N dans la pompe, & se met de niveau avec la surface Q Q, & quand le piston monte, la pression de l'eau, qui se trouve à l'endroit M, ferme la soupape S, ouvre l'autre V, & monte à l'endroit A, d'où elle ne peut plus descendre, parce que la soupape V se ferme, lorsque le piston descend de nouveau de P en Z. A mesure, qu'on répétera le mouvement du loquet du piston, l'eau, qui se trouvera dans l'endroit A, sera élevée dans le tube A C L, de façon qu'on pourra faire monter l'eau à telle hauteur qu'on voudra; elle sortira par l'extrémité L du tube toutes les fois qu'on fera monter le piston.

Si on veut ensuite, que l'eau sorte continuellement par le dit orifice L, il faudra assembler deux pompes foulantes de façon qu'elles se communiquent toutes les deux par le même tuyau ascen-

dant A C L, comme on l'obſerve dans la figure 54. P. 10 F. 54
Il eſt néceſſaire en outre, que les piſtons D, R, ſoient diſpoſés de façon, que, quand l'un monte, l'autre deſcende.

Le manche H K H, qui tourne autour du pivot P, ſert à donner le mouvement aux piſtons de la maniere, qu'on vient de décrire; ils ſont liés au manche par les leviers E F, G M, & ce manche eſt mis en mouvement par les puiſſances appliquées en K.

On fait uſage de ſemblables combinaiſons de pompes non ſeulement dans nombre d'édifices; mais auſſi pour éteindre les grands incendies, qui ont ſouvent lieu dans les maiſons, il eſt néceſſaire, pour s'en ſervir à cet uſage, d'adapter à l'extrêmité L du tube montant, un autre tuyau de cuir L S, de longueur ſuffiſante pour pouvoir approcher de l'extrêmité S de l'incendie; afin que l'eau, qui ſort avec une grande impétuoſité, éteigne plus aiſément le feu, on porte le diametre du trou S au $\frac{1}{12}$ au plus du diametre d'une des pompes.

597. Comme la pompe aſpirante & foulante eſt une combinaiſon des deux autres, elle comprend néceſſairement les conditions de chacune des compoſantes.

Les figures 56 & 66 préſentent deux manieres P. 10 F. 55
différentes de combiner une pompe aſpirante & 56.

foulante; on observe en outre, que le levier D, K, de chaque pompe est tout massif & sans soupape, & que l'eau monte néanmoins dans ces pompes par les mêmes causes, & suivant les mêmes loix, qui la font monter dans chacune des deux autres simples; parce que dans le tems de l'aspiration, on ouvre les soupapes G, H, & on ferme les soupapes M, N, & dans le tems de la compression, on ferme les premieres, & on ouvre les secondes, de façon que l'eau monte par les tubes A C, B E à la hauteur qu'on veut.

598. Il résulte de tout ce qui a été dit jusqu'ici, que toutes les fois qu'il s'agira de faire monter l'eau à une hauteur au-dessous de 20 pieds, on pourra se servir indistinctement de l'une des trois especes de pompes désignées quelconque; mais si la hauteur est au-dessus de 20 pieds, la pompe aspirante ne pourra plus servir, & il faudra nécessairement employer l'une des deux autres, préférant la pompe foulante comme la plus simple, tant qu'on pourra la plonger dans l'eau (§. 596); mais si quelque obstacle empêche, qu'on ne puisse plonger la pompe dans l'eau, il faudra se servir de la pompe aspirante & foulante (fig. 56), ou bien de l'autre (fig. 55), en ajoutant un tube d'aspiration à l'extrémité R, comme il a été dit pour la figure 52.

Il est à propos d'observer, que si l'eau contient

quelque ſel ou autre matiere minérale, qui rende ſa gravité ſpécifique plus conſidérable que celle de l'eau pure, la hauteur, à laquelle l'eau minérale montera dans la pompe aſpirante, ſera au-deſſous de 20 pieds (§. 81, 82). Pour déterminer cette hauteur, ſuppoſons, que la peſanteur ſpécifique d'une eau minérale, ſoit à celle de l'eau pure comme 9 : 8; on fera l'analogie ſuivante, comme 9 : 8, ainſi réciproquement la hauteur de 20 pieds eſt au quatrieme terme $= \frac{20 \times 8}{9}$ $= 17 \frac{7}{9}$ de pieds pour la hauteur cherchée.

599. On fait les pompes en bronze ; il n'y a que le motif d'économie, qui en faſſe faire en bois; elles doivent être intérieurement exactement cylindriques & bien polies, & ſpécialement dans l'endroit, où ſe fait le jeu du piſton.

Pour pouvoir combiner plus aiſément les parties de cette machine, on fait la pompe auſſi longue, qu'il le faut pour le mouvement du piſton, & pour la poſition du tampon; on ſe ſert enſuite d'un tube de cuivre, pour faire monter l'eau à l'endroit qu'on veut.

On forme le tampon A A, d'une pompe avec un cylindre de bois, qui s'adapte très-exactement dans la pompe ; on y fait un trou B au milieu, dont le diametre égale environ la moitié de A A; on ajuſte à la partie ſupérieure du tampon P. 10 F. 57

on nomme la surface de ce cercle = S, la hauteur QR = A, & soit D la densité de l'eau, la formule D A S exprimera en poids la force, qui appliquée en F, & augmentée d'une très-petite quantité, élevera le piston dans les pompes aspirantes; & comme la plus grande hauteur, à laquelle l'eau puisse monter dans ces pompes, est de 20 pieds, donc 20 D S exprimera la plus grande force à employer dans les pompes aspirantes, pour faire monter l'eau.

Pl. 9. F. 53 On exprime la force, qui éleve l'eau dans les pompes foulantes, par le poids d'une colonne d'eau, qui a pour base le cercle du piston garni de son anneau de cuir, & pour hauteur la verticale Z R, comprise entre le lieu du plus grand abaissement du piston, & le point R, qui se trouve sur l'horizon R L, où l'eau élevée dans le tube d'ascension A C L, sort par l'orifice L; & cela indépendamment de la figure & du diametre du même tube; ce qui se trouve conforme à tout ce qui a été enseigné (§ 405, 407); d'où il suit, que la formule D A S, qui y est donnée, sert aussi à exprimer la force, qui éleve l'eau dans les pompes foulantes.

C'est pourquoi, si on connoît la surface du cercle désigné = S, la hauteur, à laquelle on fait monter l'eau = A, & sa densité = D, on connoîtra par-là la force, qui augmentée d'une très-petite quantité éleve le piston.

Soit par exemple A = 15 pieds, S = $\frac{1}{9}$ de pieds & qu'il s'agisse d'élever de l'eau pure, on aura D = 367 livres, ensorte qu'en substituant ces nombres dans la formule, on aura 367 × 15 × $\frac{1}{9}$ = 611 $\frac{2}{3}$ pour la force cherchée.

Si on ajoute ensuite à ce poids celui du piston & du levier EF, & le frottement du levier contre la paroi intérieure de la pompe, frottement à mesurer dans les cas particuliers, qui dépendent de la maniere, dont le piston est formé; on aura le poids $= p$, qui, joint à 611 $\frac{2}{3}$ livres, exprimera la force, qui, augmentée d'une très-petite quantité, commence à remuer le piston. Si on nomme cette force = F, & qu'on la suppose appliquée au point F du levier HK, du second genre, qui tourne autour de la cheville H, on trouvera la puissance K, qu'on exige, dans l'état d'équilibre pour faire mouvoir le piston D. Si on se sert ensuite de ce qui a été enseigné dans le chapitre précédent, lorsqu'on emploie les hommes pour faire aller le manche KH, on trouvera le nombre de ceux, qu'on doit appliquer en K, pour qu'ils puissent travailler pendant plusieurs heures, pour faire monter l'eau dans ces pompes; si la force F est ensuite donnée, & qu'on veuille l'employer à mouvoir le piston pour élever l'eau à une hauteur donnée, dans ce cas, après avoir déduit la quantité $= p$, qu'on exige pour élever

Pl. 9. F. 51 52.

le poids du piſton & du levier, & pour vaincre le frottement, on comparera le reſte $F - p$ avec la formule D A S, pour trouver la grandeur du cercle du piſton = S. Suppoſons $F = 3750$ livres, $p = 150$, $A = 27$ pieds, $D = 367$ livres, on aura $F - p = 3600$ livres; d'où nous aurons $3600 = 367 \times 27\ S$, & $S = \frac{400}{1101}$ de pieds.

601. On n'a conſidéré juſqu'ici que la force, qui éleve l'eau; mais on exige une autre force pour abaiſſer le piſton. La quantité de cette force dépend du frottement du piſton, & de celui, que l'eau rencontre en paſſant par le trou N. Cette réſiſtance augmentant à meſure, que le piſton deſcend avec plus de viteſſe, on doit auſſi déduire de la réunion de ces deux forces le poids du piſton & du lévier, qui tendant à deſcendre par lui-même, favoriſe la force mouvante appliquée en F.

Pl. 9. F. 51. 52. 53.

Il réſulte de l'expérience, que la force, qui fait deſcendre le piſton, eſt moindre que celle qui l'éleve; tant que la hauteur de l'eau eſt plus grande que ſix pieds, & que la viteſſe du piſton, conſtruit ſelon le §. 599, n'outrepaſſe pas un pied par minute ſeconde. On voit par-là, que la puiſſance appliquée en F ou en K, peut rencontrer une réſiſtance inégale, en faiſant mouvoir le piſton, & qu'on doit proportionner cette puiſſance à la plus grande réſiſtance.

Comme la force, qui aſpire dans la pompe aſpirante & foulante, eſt diſtincte, & déployée dans un tems différent de celle qui preſſe, il s'enſuit, qu'on doit proportionner à la plus grande de ces deux forces, la puiſſance qui fait mouvoir le piſton; elles ſeront ſeulement égales entr'elles, quand la hauteur, a laquelle on fera monter l'eau par la compreſſion, égaliſera celle de l'aſpiration.

Pour rendre la réſiſtance uniforme dans les pompes foulantes & aſpirantes, il ſuffit d'en combiner deux de façon, que, quand le piſton monte dans l'une d'elles, il deſcende dans l'autre. La figure 54 donne une de ces combinaiſons pour les pompes foulantes; il ne s'agit que d'y ménager un tube d'aſcenſion commun. Dans la figure 59 les piſtons des pompes aſpirantes A, B, ſont mis en mouvement par un tour C D, dont l'axe de fer G F eſt lié au levier G A, F B des piſtons, & eſt plié de façon, que, quand l'un d'eux monte, l'autre deſcend. On ſe ſert enſuite pour rendre le mouvement plus uniforme de la force centrifuge, en adaptant une roue H K au tour C D, & on attache les poids L à la circonférence de cette roue, la force mouvante devant être enſuite appliquée aux deux manivelles C, D. P. 10 F. 59

Si on veut faire mouvoir les piſtons avec une roue quelconque, par exemple, avec une roue à palettes, miſe en mouvement par l'eau, il ſuffira,

avoir trouvé la force, qui commence à mouvoir le piston, de la supposer égale aux $\frac{4}{9}$ de la puissance nécessaire à une machine que l'eau fait mouvoir avec une roue à palettes, & ensuite, d'après le chapitre précédent, trouver la puissance P, qui avec la chûte d'eau donne le plus grand effet dans la même machine.

602. Si on veut déterminer la quantité d'eau, qu'une pompe fournit dans un tems déterminé, il suffit d'observer, que l'espace parcouru par le piston & son cercle, ou celui de la pompe, sont donnés par la machine; ensuite si on multiplie cet espace par le dit cercle, on aura en pieds cubes la quantité d'eau donnée dans le tems, que le piston parcourt cet espace. Par exemple, si l'espace parcourue par le piston dans une minute seconde est de deux tiers de pied, & que le cercle désigné soit de $\frac{2}{9}$ de pied, on aura $\frac{4}{27}$ de pied cubes pour la quantité d'eau cherchée; mais comme le piston emploie une autre minute seconde à descendre, pendant lequel tems la pompe ne donne plus d'eau, alors ces $\frac{4}{27}$ s'écouleront seulement en deux minutes secondes, & la pompe fournira dans le tems d'une minute premiere $\frac{4}{27} \times 30$, égaux à $4\frac{4}{9}$ pieds cubes d'eau; on aura donc 6400 pieds cubes en 24 heures.

On évalue ordinairement à un pied cube d'eau la consommation de 20 soldats par jour, donc si

on divise 6400 par 20, on trouvera que cette pompe peut fournir chaque jour à 320 soldats.

603. Il sera aisé, d'après ce qui a été expliqué dans ce chapitre, & d'après la théorie enseignée dans l'Hydrostatique chap. 4e; il sera aisé, dis-je, de déterminer l'épaisseur à donner aux pompes, & celle des tubes d'aspiration & d'ascension dans les différentes circonstances.

604. On a inventé une autre espece de pompe, dont le feu est la force mouvante. La substance de cette machine consiste dans un chaudron C B, P. 11 F. 60 fermé en forme d'alambic, plein d'eau aux $\frac{3}{4}$ environ. Il y a dans la partie supérieure C un tube C G, qui communique à la capacité H K, au moyen du tube Z; lorsqu'on ouvre la clavette T, elle est faite de façon, que quand la communication est ouverte avec le tube Z, l'autre est fermé avec le canal C G, & au contraire lorsque cette communication est ouverte, l'autre reste fermée avec le tube Z. La capacité H K doit au moins être le $\frac{1}{4}$ de l'alambic B C, & communiquer au moyen du tube K F avec la pompe A M P, dans laquelle il y a un tampon M avec sa soupape, & un autre L aussi avec sa soupape, toutes les deux soupapes s'ouvrant par-dessus. Enfin l'eau Q Q monte dans la pompe au moyen du tube d'aspiration M N & passe delà dans le récipient X au moyen du tube d'ascension P D R.

Pour se servir de cette machine, on allume le feu dans le fourneau S, sur lequel est placée la chaudiere B C, & lorsque le feu a produit beaucoup de vapeurs dans la chaudiere, on ouvre la clavette T, alors nombre de ces vapeurs s'introduisent précipitamment dans le cylindre H K, à raison de leur grande élasticité, & passent delà dans la capacité A de la pompe, où elles compriment la soupape du tampon inférieur M, & élevant celle du tampon L, chassent par le tube P D R, l'air contenu dans la capacité H K F A L.

On ferme ensuite avec la clavette T la communication entre l'alambic & la capacité H K, & on ouvre celle du tube Z, pour qu'il se forme une aspersion copieuse d'eau froide dans la capacité H K, qui passant par un treillis très-serré, se convertit en gouttes très-fines, qui condensent les vapeurs sur le champ, & supprimant leur élasticité, forment un vuide, qui intervertit l'équilibre avec la pression extérieure de l'athmosphere; alors la soupape du trou L se ferme, reste fortement comprimée, & l'eau Q montant par le tube d'aspiration N M, s'introduit dans la capacité A, & occupe une portion de l'autre capacité H K. On dirigera une autre fois la clavette T de façon, qu'en fermant la communication avec le tube Z, on ouvre l'autre tube G C, alors les vapeurs, qui passent de la chaudiere dans

la capacité H K, preſſent fortement par leur élaſticité ſur la ſurface de l'eau, qui y eſt introduite, la ſoupape M ſe ferme par cette preſſion, l'autre L s'ouvre, & l'eau montant par le tube P D R, va ſe décharger dans le récipient X; on dirigera une autre fois la clavette, pour qu'il s'en ſuive de nouveau l'aſperſion d'eau froide dans la capacité H K, & que le vuide ſe forme pour faire fermer la ſoupape L par la preſſion de l'eau P D R, & pour que l'eau Q montant de nouveau par le tube M N, s'introduiſe dans la pompe A: enfin ſi on tourne la clavette T de façon, que les vapeurs entrent tantôt dans la capacité H K, & que tantôt il s'y forme un vuide au moyen de l'aſperſion d'eau froide, on élevera l'eau de la partie baſſe Q, dans le récipient X.

On peut combiner cette machine de différentes autres manieres, pour obtenir le même effet. Quiconque voudra être pleinement inſtruit des différents moyens qu'on emploie, & des moindres particularités, pour obtenir une machine complette & parfaite en tous points, pourra avoir recours au Traité de Desaguliers, que nous avons déjà cité, & à l'*Architecture hydraulique* de Belidor.

605. Il y a une autre eſpece de pompe, que l'on fait ſervir de soufflet dans les forges, & qui fournit beaucoup de vent.

ſous pour les fendre, les écraſer, les broyer ou les mêler, ou auſſi pour que, lorsque la matiere eſt de la nature des corps malléables ou tenaces, tels que le fer rouge, & le cuivre bien affiné, on puiſſe, avec le corps qui frappe, la configurer différemment & la convertir en inſtrument, en vaſes, en lames, ou en d'autres maind'œuvres.

Il y a d'autres machines, dans lesquelles la force, qui ſouleve le corps qui frappe, eſt ſéparée & indépendante; tels ſont le mouton pour enfoncer de grands pieux en terre, la preſſe ou le balancier pour marquer les monnoies & les médailles, & le bélier pour abattre des murailles iſolées &c.

Le méchaniſme de toutes ces machines ſe trouve déjà compris dans les regles expliquées dans les chapitres précédents; c'eſt pourquoi il ſuffit de traiter dans ce chapitre de la force d'un corps qui frappe.

607. Nous avons dit au chapitre 7e de la dynamique, que tous les corps en mouvement ont un point, autour duquel les forces des éléments des corps ſont en équilibre entr'elles; que quand le corps en mouvement frappe directement un autre corps avec ce point, il le choque avec ſa force totale, qui s'exprime avec le produit du poids du corps par ſa viteſſe, & qu'on appelle ce point *centre de percuſſion*; on le nomme encore

centre d'oscillation, lorsque ce corps fait ses vibrations autour d'un point fixe.

Nous avons dit en outre, que si le corps se meut parallélement à lui-même, ou qu'il décrive une trajectoire par son centre de gravité, le centre de percussion se confond avec le centre de gravité, puisque les moments des éléments du corps, qui sont de part & d'autre de ce centre, sont égaux. Mais si le corps se meut autour d'un point fixe ou autour d'un axe, le centre de percussion & le centre de gravité se trouvent dans ce cas différemment placés, attendu que le centre de percussion donne seulement l'égalité entre les quantités de mouvements des éléments, qui sont de part & d'autre de ce centre.

608. Dans les machines, que nous examinons ici, le corps, qui frappe, décrit dans son mouvement une ligne droite ou bien un arc de cercle.

Pour avoir le choc direct dans les machines, dans lesquelles le corps, qui frappe, tombant par sa propre pesanteur, décrit une ligne d'à plomb, il est nécessaire, que le point du corps frappé, & le centre de gravité du corps, qui frappe, soient sur la même ligne d'à plomb, & que la surface choquante & la surface choquée soient rectangles à cette ligne.

Si ensuite le corps, qui frappe en tombant par sa propre pesanteur, décrit un arc de cercle, il faut,

pour avoir le choc direct, que le corps choque par son centre de percussion le corps passif, & que les surfaces choquante & choquée soient rectangles à l'arc au point du choc.

Si donc on nomme la hauteur, d'où tombe le corps, qui choque, $= A$, & le poids du même corps $= p$, la formule $p \sqrt{38 A}$ exprimera la force du choc direct (§. 350, 351, 607).

Il convient d'observer ici, que l'action du choc étant instantanée dans les corps solides, on n'a point encore trouvé la maniere de la comparer avec la force produite par les pressions, aulieu que cette comparaison a lieu dans les fluides (chapitre 5), parce que ceux-ci, en choquant quelque superficie, ag ssent par une succession non interrompue. C'est pourquoi on considere seulement, comme quantité relative la force $E = p \sqrt{38 A}$, avec laquelle un solide agit sur un autre dans le choc, quoique le poids & la vitesse, qui produisent cette force, soient une quantité absolue & connue.

609. Toutes les fois donc qu'on veut séparer par le choc les parties d'une matiere, qui y est exposée, ou bien lorsqu'étant déjà réduite en petites parties, on cherche seulement à l'amalgamer, il suffit pour cela d'employer une force $p \sqrt{38 A}$ capable de produire l'effet demandé, sans s'arrêter à la proportion entre la vitesse & le

poids du corps qui choque; mais quand il s'agit d'applatir quelque matiere, ou de la configurer autrement, sans cependant en désunir les parties, il est indispensable d'avoir égard à ce rapport, en exigeant que le poids soit grand, & que la vitesse ne soit point excessive, sans quoi on gâteroit le travail (§. 369).

Cela mis en avant, nous commencerons à examiner les machines, dans lesquelles le corps qui choque décrit une ligne droite dans sa chûte.

610. La figure 62 donne le profil d'une machine destinée à broyer & à amalgamer les matieres placées dessous M, avec le secours du pilon B C, qui tombe librement d'à plomb de la hauteur B M; il n'est donc pas nécessaire de chercher dans ce cas la proportion la plus convenable entre le poids & la vitesse de la force $p \sqrt{38 \, BM}$; mais il suffit qu'elle soit capable de rompre & de broyer ces matieres. P. XI F. 62

Généralement parlant la plus grande hauteur, d'où tombe un pilon dans les machines de cette espece, n'outrepasse pas $1 \frac{1}{3}$ pied; d'où la plus grande vitesse $\sqrt{38 \, BM}$ est évaluée à sept pieds. Quoiqu'on puisse augmenter sensiblement le poids du pilon $= p$, néanmoins il est rare, qu'il arrive à 250 livres; ensorte qu'on regarde comme la plus grande force, qui frappe dans ces machines $p \sqrt{38 \, BM}$, ou $250 \times 7 = 1750 = F$.

Il eſt néceſſaire en outre, que la figure N G N du mortier ſoit telle, que ſi on l'emplit à moitié environ, les matieres frappées ſoulevent les matieres latérales vers N, & celles-ci ſont enſuite aſſujetties par la figure du mortier à retomber vers le milieu M, d'où il ſe fait par la répétition du choc une circulation continuelle entre les mêmes matieres, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'employer un ouvrier pour faire cet amalgame.

Si on paſſe enſuite des connoiſſances générales aux particulieres pour les machines de cette eſpece, on dira, que dans celles, qui ſont deſtinées à faire la poudre de guerre, le pilon B C eſt armé à l'extrêmité avec une piece de bronze B, que ce pilon peſe 85 à 90 livres, & que ſa chûte B M eſt ordinairement d'un pied environ, ce qui exprime une viteſſe de 5 $\frac{1}{2}$ à 6 pieds, d'où la force qui frappe pour broyer & amalgamer le ſoufre, le ſalpetre & le charbon, qu'on emploie dans cette compoſition, s'évalue à 85 livres $\times$ 6 = 510 livres environ; & on obſerve communément que le mêlange de ces matieres un peu humectées, doit être fait après quarante mille coups de pilon; pourvu qu'on ait la précaution de le faire retourner toutes les trois heures par un ouvrier, pour détacher principalement du fond G du mortier cette portion de matiere, qui s'y attache fortement à raiſon de ſon humidité.

A l'égard des presses, dans lesquelles on broie les pierres & les autres matieres minérales, le bout du pilon est armé avec une piece de fonte B, & tout le pilon pese 150 à 180 livres, d'où on évalue la force du choc à 170 livres × 6 = 1020 livres; & ainsi cette force devient double de celle qu'on emploie à faire la poudre. Lorsque cependant les pierres à broyer sont très-dures, il est nécessaire de tripler la force du choc, en augmentant le poids du pilon, ainsi que la chûte B M; d'où l'on a F = 225 × 7 = 1575. Comme on ne mouille point ces matieres, il est nécessaire de les faire retourner par l'ouvrier, pourvu que le mortier ait la figure convenable pour produire la circulation de la matiere.

Dans les presses à dépouiller le ris de son écorce, les pilons sont armés au bout B d'une piece de fer configurée en façon de dents de scies, le poids de ces pilons doit être moindre que 85 livres, en calculant la force, qui frappe, à 75 livres × 5 $\frac{1}{2}$ = 412 environ.

611. La figure 63 représente une machine pour enfoncer des pilots en terre, en laissant tomber le mouton B sur la tête T du pilot T M; il doit être disposé de façon, que sa pointe S soit dans la même ligne d'à plomb, que le centre de gravité du mouton & le point de percussion. P. 11 F. 63

Ce mouton est fait avec une souche de bois

dur cerclé de fer; il glisse entre les deux longuerines C D, & est élevé par une ou deux grosses cordes, qui passent sur les poulies G. On attache à l'extrêmité des grosses cordes plusieurs petites cordes F n, que l'on entortille en n, pour pouvoir les allonger, à mesure qu'on abaisse le pilon de T en M. Les liens H H, qui sont traversés par des chevilles K, servent d'échelles pour monter vers la tête L de la machine, & démêler les cordes E F dans le besoin.

Le poids du mouton doit dans cette machine être tellement combiné avec sa vitesse, qu'il ne puisse fendre ou rompre le pilot (§. 369, 609). Le moindre poids d'un tel choc est ordinairement de 600 livres, & on l'augmente à proportion de la longueur des pilots. La plus grande vitesse du mouton n'outrepasse pas 11 pieds, parce que la hauteur B T, d'où on le laisse tomber n'excede pas 3 pieds, de la façon dont les hommes font ordinairement ce travail. Supposant donc, qu'on ait p = 1000 livres, & $\sqrt{38\,BT}$ = 10 pieds, on aura F = 10000 pour la force qui frappe la tête du pilot.

On doit observer ici, que l'enfoncement du pilot devient ordinairement moindre, à mesure que le pilot pénetre plus avant en terre, d'où il arrive ensuite à un point, que malgré les coups redoublés du mouton il n'avance plus, c'est alors

que les ouvriers ont coutume de dire, que le *pilot refuſe le mouton*.

612. La figure 64 repréſente une preſſe pour frapper la monnoie & les médailles ; on applique au fond de la concavité K l'empreinte, que la médaille doit avoir d'un côté, on y place enſuite deſſus la médaille, ſur laquelle on met le dé H, qui porte l'empreinte de l'autre côté. On plante aux extrémité S du levier S C S deux poids égaux Q, avec leur centre de gravité D également diſtant de l'axe C B de la vis, qui exprime auſſi l'axe de mouvement de cette machine. Deux hommes placés en S, S, impriment un grand mouvement circulaire au levier, qui fait deſcendre la vis C B ; elle frappe ſur le dé H par la circonférence G G de la baſe du petit cylindre G L, & le comprime ſucceſſivement, au point que la médaille ſe trouve marquée de deux côtés. P. 11 F. 64

Pour meſurer la force de ce choc = F, ſuppoſons qu'il réſulte d'une première expérience, que la vis deſcend de B en H dans une minute ſeconde, & que chaque poids Q décrit dans ce tems un arc = m de pied ; la quantité de mouvement des deux poids ſera $m \times 2$ Q. On obſerve à préſent, que la figure D C B G repréſente un levier, dont l'axe C B eſt le point d'appui, le rayon C D la longueur du levier mis en mouvement par la puiſſance $m \times 2$ Q, & le rayon B G le contre-le-

vier, dont la résistance appliquée en G est égale à la force du choc = F, donnée par la circonférence G G de la base du cylindre sur le dé H; on aura donc dans l'état d'équilibre $F \times BG = 2m\,Q \times CD$, & ainsi $F = \frac{2mQ \times CD}{BG}$.

Soit, par exemple Q = 60 livres, m = 5 pieds, CD = 3 pieds, & BG = $\frac{1}{24}$ de pieds, substituant ces nombres dans la formule, on aura $F = \frac{10 \times 60 \times 3}{\frac{1}{24}} = 43200$ livres, force qui correspond à celle, qu'auroit le même poids = 2 Q de 120 livres dans le choc direct, en tombant librement d'une hauteur de 3410 pieds, & qui par conséquent se mettroit en mouvement avec une vitesse de 360 pieds.

Quoiqu'on ait supposé, que la vis descend de B en H dans une minute seconde, cependant si on imprime un grand mouvement circulaire au levier S S, il arrive que cet espace est parcouru dans un tems beaucoup plus court. Pour mesurer ce tems avec précision, il est nécessaire de se servir d'un *chronometre*, avec lequel on parvient à mesurer $\frac{1}{16}$ de minute seconde; cet instrument a été imaginé pour s'en servir dans toutes les expériences, où il faut mesurer des parties de tems très-courtes.

613. Passons à l'examen des machines, dans les

quelles le corps, qui choque, décrit dans ſa chûte un arc de cercle. Nous mettrons pour cela en avant les regles pour trouver le centre de percuſſion dans les corps, qui ſe meuvent de la maniere qui a été enſeignée.

Si le corps A B tourne autour du point fixe A, lorsqu'il aura paſſé de la poſition A B dans la ſituation A C, chacun de ſes éléments B, F, H &c. aura décrit l'arc correſpondant B C, F G, H K, qui exprime la viteſſe de l'élément ou une quantité qui lui eſt proportionnelle. En conſéquence les produits B × B C, F × F G, H × H K marqueront la quantité de mouvement, ou la force de chaque élément B, F, H, (§. 257). On conſidere ces forces B × B C, F × F G, H × H K, comme autant de poids attachés à une verge immatérielle A C dans les points C, G, K, les moments de ces poids eu égard au point A, feront B × B C × A C, F × F G × A G, H × H K × A K (§. 139); mais pour trouver la diſtance A L du point fixe A au centre d'équilibre L entre ces poids, il convient de diviſer la ſomme de leurs moments par celle des poids (§. 152). On aura donc P. 12 F. 65

$$AL = \frac{B \times BC \times AC + F \times FG \times AG + H \times HK \times AK}{B \times BC + F \times FG + H \times HK},$$

& parce que les arcs B C, F G, H K, ſont proportionnels aux rayons correſpondants A C, A G, A K; ſi on ſubſtitue dans l'expreſſion trouvée

aulieu des arcs, les rayons, on aura

$$AL = \frac{B \times \overline{AC}^2 + F \times \overline{AG}^2 + H \times \overline{AK}^2}{B \times AC + F \times AG + H \times AK},$$ pour la distance du point A, au centre de percussion L, autour duquel les forces des éléments des corps en mouvement se mettent en équilibre.

On ne s'est point arrêté dans la résolution de ce problême à la nature des éléments du solide, qui tourne autour du point fixe A, on conclut généralement, que pour trouver le centre de percussion L d'une ligne, d'une surface ou d'un solide, qui tourne autour d'un point fixe, il suffit de multiplier un élément quelconque de la ligne, de la surface ou du solide par sa distance du point fixe, & on aura dans ce produit la force d'un élément, dont l'intégrale donnera la somme de toutes les forces. Si on multiplie ensuite le même élément par le quarré de sa distance du point fixe, on aura le moment de la force, & l'intégrale de cette expression donnera la somme des moments, d'où divisant cette somme par celle des forces, le quotient donnera la distance A L du point fixe A au centre de percussion cherché L.

614. Pour faire l'application de la regle donnée
P. 12 F. 66 (§. 613), soit A B une droite, qui tourne autour du point A, & dont on veut trouver le centre de percussion L, si on nomme A B = x, dx, sera son élément, d'où nous aurons $x\,dx$ pour la for-

ce de l'élément, & $x^2\,dx$ pour le moment de la même force; intégrant on aura $\int x\,dx = \frac{x^2}{2}$ pour la ſomme des forces, $\int x^2\,dx = \frac{x^3}{3}$ pour la ſomme des moments de ces forces, & diviſant cette intégrale par la premiere, on aura $\frac{2x^3}{3x^2} = \frac{2}{3}x$ = A L pour la diſtance cherchée pour le centre de percuſſion L.

Pour trouver le centre de percuſſion L du parallélogramme rectangle C E F G, qui tourne autour de ſon côté C G, après avoir diviſé par la moitié ce parallélogramme, par la droite H I parallele au côté C E, on nomme C G = m, H I = x, on aura $m\,dx$ pour l'élément du parallélogramme, d'où nous aurons $m\,x\,dx$ pour la force d'un élément, $m\,x^2\,dx$ pour le moment de cette force, & intégrant on aura $\int m\,x\,dx = \frac{mx^2}{2}$ pour la ſomme des forces, $\int m x^2\,dx = \frac{mx^3}{3}$ pour la ſomme des moments de ces mêmes forces, & diviſant cette ſomme par celle des forces, on aura $\frac{2mx^3}{3mx^2} = \frac{2}{3}x$ = H L pour la diſtance cherchée. P. 12 F. 67

Pour trouver le centre de percuſſion L du triangle K M N, qui tourne par ſon ſommet K autour de l'axe de mouvement P P parallele à la baſe M N, on tire la droite K R, qui diviſe par la moitié le triangle propoſé, & on nomme K R = x, M N = y, on aura $y\,dx$ pour l'élément du triangle, & comme dans cette figure, l'ordonnée y P. 12 F. 68

eſt toujours proportionnelle à la baſe correſpondante $= x$, on pourra l'écrire à ſa place, & on aura $x\,dx$ pour l'élément du triangle ; nous aurons donc $x \times x\,dx = x^2\,dx$ pour la force de l'élément, $x^2 \times x\,dx = x^3\,dx$ pour le moment de cette force, & intégrant on aura $\frac{x^3}{3}$ pour la ſomme des forces, & $\frac{x^4}{4}$ pour la ſomme des moments de ces forces, diviſant cette ſomme par la premiere, on aura $\frac{3}{4}\,x = KL$ pour la diſtance cherchée.

Si le triangle tournoit autour de ſa baſe MN, & qu'on dût trouver la diſtance RL, au point L de percuſſion, qui differe néceſſairement de la premiere, on nomme $KR = a$, $KL = x$, on aura $RL = a - x$; d'où multipliant l'élément $x\,dx$ du triangle par la diſtance RL, on aura $x\,dx \times \overline{a-x}$ $= a\,x\,dx - x^2\,dx$ pour la force de l'élément, $x\,dx \times \overline{a-x}^2 = a^2\,x\,dx - 2\,ax^2\,dx + x^3\,dx$ pour le moment de la force, & intégrant, on aura $\frac{3ax^2 - 2x^3}{6}$ pour la ſomme des forces, $\frac{6a^2x^2 - 8ax^3 + 3x^4}{12}$ pour la ſomme des moments; diviſant cette quantité par l'autre, & ſuppoſant que x devienne $= a$, on aura $\frac{a}{2} = RL$.

Pour trouver le centre de percuſſion L de la parabole BAB, qui tourne par ſon ſommet A autour de l'axe de mouvement MM parallele à

P. 12 F. 69

la base B B, on nomme le diametre A de la parabole $= x$, l'ordonnée correspondante C B $= y$. Si l'équation de cette parabole est $y = p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}$, son élément sera $2 y\, d x = 2 p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}\, d x$, & ainsi on aura $2 p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}\, d x \times x = 2 p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{5}{3}}\, d x$ pour la force de cet élément, $2 p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}\, d x \times x^2 = 2 p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{8}{3}}\, d x$ pour le moment de cette force; trouvant les intégrales de ces expressions, & faisant la division accoutumée, on aura $\frac{8}{11} x =$ A L.

Si la parabole tournoit autour de sa base B B, & qu'il fût question de trouver la distance C L pour le point de percussion L, on nomme le diametre A C $= n$, A L $= x$, on aura C L $= n - x$, d'où $2 p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}\, d x \times \overline{n - x}$ sera la force d'un élément, & on aura $2 p^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}}\, d x \times \overline{n - x}^2$ pour le moment de cette force, & intégrant ces expressions, & faisant la division accoutumée, en supposant $x = n$, on aura $\frac{6}{11} n =$ C L.

615. Nous avons supposé jusqu'à présent que le point fixe, autour duquel la surface tourne, est dans la circonférence de cette même surface; mais si ce point est éloigné, on calculera de la maniere suivante.

Supposons, qu'on ait le parallélogramme rectangle B C E F, qui tourne autour du point A, P. 12 F. 70 qui se trouve sur la droite A G, laquelle étant

parallele au côté B F, divise le parallélogramme par moitié; pour trouver dans ces circonstances le centre de percussion L, on nomme A H = m, B C = n, H G = x, on aura A G = $m + x$, & $n\,dx$ sera l'élément du parallélogramme, d'où l'on aura pour sa force $\overline{m+x} \times n\,dx$, & le moment de cette force sera $\overline{m+x}^2 \times n\,dx$; intégrant chacune de ces expressions, & faisant la division accoutumée, on aura A L = $\frac{6m^2 + 6mx + 2x^2}{6m + 3x}$.

Si on suppose, que m devienne zero, c'est-à-dire, que le point A tombe en H, A L deviendra = H L = $\frac{2}{3}x$, comme on l'a déjà trouvé dans le paragraphe précédent.

Il faudra opérer de la même maniere pour trouver le centre de percussion de toute autre surface quelconque, lorsqu'elle tourne autour d'un point hors de la figure.

616. Passons à la recherche des centres de percussion & d'oscillation des corps, qui tournent autour d'un point fixe.

Veut-on trouver le centre de percussion L
P. 12 d'un parallélipipede ou d'un cylindre B C E D,
F. 71 qui tourne autour du point A, pris sur le prolongement de l'axe F G? On nomme le côté ou diametre B C = n, A G = m, G F = x, on aura A F = $m + x$, & $n^2\,dx$ sera l'élément de ce solide; donc la force d'un élément sera $n^2\,dx \times \overline{m+x}$,

&

& son moment sera $n^2 dx \times \overline{m+x}^2$. Si on integre ces formules, & qu'on fasse la division ordinaire, on aura $AL = \frac{6m^2+6mx-2x^2}{6m+3x}$. Si l'on suppose ensuite, que le point A tombe en G, c'est-à dire, que le solide tourne autour de son extrémité G, m sera égal à zero, d'où effaçant les termes dans lesquels m se trouve, on aura $AL = GL = \frac{2}{3}x$.

Veut-on trouver le centre d'oscillation L de la sphere B C D E suspendue autour du point A, pris sur le prolongement du diametre B D? on nomme le diametre $BD = n$, $AB = m$, $BF = x$, $AF = m + x$, soit l'ordonnée $FC = FE = y$, $y^2 = nx - x^2$ sera l'équation du plus grand cercle de la sphere, & ainsi un élément de la sphere sera $y^2 dx = \overline{nx - x^2} \times dx$, & par conséquent la force de cet élément sera $\overline{m+x} \times \overline{nx-x^2} \times dx$, & le moment de cette force sera $\overline{m+x}^2 \times \overline{nx-x^2} \times dx$; d'où faisant les opérations ordinaires, on aura $AL =$

$$\frac{30mn^2+40nmx-20m^2x+15nx^2-30mx^2-12x^3}{30nm-20mx+20nx-15x^2}$$

& faisant $x = n$, on aura $AL = \frac{10m^2+10mn+3n^2}{10m+5n}$. Si on fait dans cette expression $m = 276$ points ou 1 pied 11 pouces $n = 6$ points ou $\frac{1}{2}$ pouce, on aura $AL = 279\frac{1}{153}$ de point. Cette longueur

eſt égale à celle du pendule ſimple (§. 243), qui bat les minutes ſecondes dans le tems moyen à la latitude de 45 degrés; ainſi on voit, que le centre d'oſcillation dans ce pendule ſe confond ſenſiblement avec le centre de la ſphere. Si on ſuppoſe enſuite dans l'expreſſion A L = $\frac{10m^2+10mn+3n^2}{10m+5n}$, que A B devienne zero, c'eſt-à-dire, que la ſphere tourne autour du point B, effàçant tous les termes, dans leſquels m ſe trouve, on aura A L = B L = $\frac{3}{5}n$.

P. 12 F. 73 S'agit-il d'avoir le centre de percuſſion L d'un cône ou conoïde C B C, fait par la révolution d'une ſuperficie quelconque C B C autour de ſon axe B D, en ſuppoſant que le point A ſoit ſur le prolongement de l'axe? on nomme A B = m, B D = x, A D ſera = $m+x$, & ſuppoſant que la ſuperficie C B C, qui a produit par ſa révolution le conoïde, ſoit une parabole de l'équation $y^2 = px$, l'élément du conoïde ſera $y^2\,dx = px\,dx$, & ainſi on aura $\overline{m+x} \times p\,x\,dx$ pour la force de l'élément, & $\overline{m+x}^2 \times p\,x\,dx$ pour le moment de cette force. Faiſant donc les intégrations néceſſaires, & la diviſion accoutumée, on aura A L = $\frac{6m^2+8mx+3x^2}{6m+4x}$. Si on ſuppoſe enſuite A B = m = zero, effaçant les termes dans leſquels m ſe trouve, on aura A L = B L = $\frac{3}{4}x$.

Il ſera aiſé, d'après les exemples qu'on vient de citer, de déterminer par l'analyſe les centres de

percussion & d'oscillation d'une surface & d'un solide quelconque, pourvu qu'il soit régulier & homogene.

617. On peut aussi trouver par l'expérience le centre de percussion des solides, qui se meuvent autour d'un point fixe; & cette maniere est universelle, attendu qu'elle sert indistinctement pour tout corps régulier ou irrégulier, homogene ou hétérogene quelconque, soit qu'il tourne autour d'un point pris sur la surface ou hors de la surface; comme sont les marteaux des forgerons, les pendules composés, les beliers & autres semblables.

Pour employer cette maniere, il faut avoir une horloge ou un pendule, qui marque les minutes secondes. Cela posé, soit le solide A B d'une figure irréguliere quelconque, faite de matiere hétérogene, & qui tourne librement autour de la cheville A: pour trouver son centre de percussion, il suffit de faire balancer ce solide, & de compter le nombre $= N$ des oscillations qu'il fait dans un nombre déterminé de minutes secondes $= n$, substituer ensuite ces nombres dans la formule $LN^2 = ln^2$ (§. 245), & on aura la distance cherchée $AC = L$ pour le centre de percussion C, qui se trouve dans la ligne d'à plomb A B, qu'on suppose passer par la cheville A, lorsque le corps P. 11 F. 74

ſuſpendu par ce point ſe trouve dans la poſition produite par ſa propre peſanteur.

Soit, par exemple, le réſultat de l'expérience $N = 30$, $n = 40$; comme nous avons (§. 243) $l = 279$ points, longueur du pendule ſimple, qui bat les minutes ſecondes à la latitude de 45 degrés; ſubſtituant ces trois nombres dans la formule, nous aurons $L \times 900 = 279 \times 1600$, d'où l'on a $L = AC = 496$ points.

Si du centre A & de l'intervalle A C on décrit l'arc H C F, on aura ſur la ſuperficie du corps les points H, F, correſpondants au centre de percuſſion C.

618. Pour déterminer la viteſſe du centre de percuſſion C du corps A B, lorſqu'après l'avoir fait paſſer à la poſition A K, on le laiſſe tourner librement, & qu'il arrive par ſa propre peſanteur à l'endroit le plus bas A B; ſuppoſons que dans la poſition A K le point D déſigne le centre de percuſſion, il ſuffira d'abaiſſer D G perpendiculaire à A B, & C G ſera la hauteur donnée par la viteſſe cherchée $\sqrt{38\,CG}$ (§ 319), avec laquelle le centre de percuſſion choque l'obſtacle placé en F.

De même, ſi le marteau A M d'un forgeron, dont G ſoit le centre de percuſſion, tournant au-
P. 12 F. 75 tour du point A, paſſe à la poſition A N, en tombant librement par ſa propre peſanteur, & que

dans cétte pofition, le point R défigne le même centre; fi du point G on abaiffe la ligne d'à plomb G H, & que du point R on tire l'horizontale R H, la ligne G H, fera la hauteur que donne la viteffe $\sqrt{38 GH}$, avec laquelle le centre de percuffion du marteau choque l'obftacle Q.

619. Pour déterminer la force, avec laquelle un corps d'un poids $= p$, décrivant un arc dans fa chûte, choque par fon centre de percuffion un autre corps, il faut encore trouver le centre de gravité du corps, qui frappe, & enfuite en multiplier le poids par la diftance de l'axe de mouvement au centre de gravité, & par la diftance du dit axe au centre de percuffion; ce qui donnera le moment de ce poids relativement à cet axe. Si on multiplie enfuite ce produit par la viteffe $\sqrt{38 A}$, A exprimant la hauteur d'où tombe le centre de percuffion, on aura la force avec laquelle ce corps frappe dans le choc direct.

Soit, par exemple, B le centre de gravité du marteau A M, G fon centre de percuffion, & fon poids $= p$, on aura $p \times AB \times AG$ pour fon moment relativement à l'axe de mouvement A. Si on multiplie à préfent ce moment par la viteffe $\sqrt{38 GH}$, on aura $p \times AB \times AG \sqrt{38 GH}$, pour la force demandée avec laquelle le marteau frappe le corps Q.

Comme le marteau est destiné à donner différentes formes à une piece quelconque de fer rouge ou de cuivre, sans cependant le rompre ni le fendre, la quantité de cette force doit être tellement combinée, qu'on obtienne l'effet demandé, en employant un marteau très-pesant, qui se meuve avec une médiocre vitesse (§. 369, 609). Le poids du marteau dans les forts travaux, est entre 100 & 150 livres, sa vitesse est de 8 pieds; mais on diminue sensiblement le poids ci-dessus, ainsi que sa vitesse dans les ouvrages délicats.

Les anciens faisoient un grand usage du belier pour ruiner les murailles d'enceinte: ils donnoient au corps, qui frappoit, la figure de la tête d'un belier, de bronze ou de fer, attaché à l'extrémité d'une poutre, suspendu par le haut avec une corde ou avec des chaînes; ils y appliquoient ensuite nombre d'hommes, pour le faire mouvoir, & pour frapper le mur avec cette tête. On se sert seulement de ce belier, pour planter de forts pivots dans les arbres des grandes roues, on néglige la figure usitée par les anciens.

Pour s'en servir, on attache le bélier K par en haut à quelque cheville M, avec une grosse corde ou bien avec une poutre C G, qui tourne autour de la cheville ci-dessus, on fait la longueur G K de 6 à 8 pieds, & l'on place le pivot T D à ficher dans l'arbre D E, près la ligne d'à plomb G B,

P. 12 F. 76

de façon que la tête T du pivot réponde à l'arc KB, décrit par le centre de percussion K du belier. On attache deux brins de corde HH, avec lesquels des hommes tirent le belier dans la position KG, pour ensuite le laisser échapper, afin qu'il frappe la tête T du pivot, qui enfonce dans l'arbre DE avec d'autant plus de difficulté, qu'il y pénetre plus avant.

Si p est le poids du belier, & C le centre de gravité du corps KCG, on aura $p \times KG \times CG \times \sqrt{38\,BL}$ pour la force, avec laquelle le belier frappera directement la tête T du pivot TD.

Il faut aussi avoir attention, en se servant de cette machine, que le poids $= p$ soit considérable, eu égard à la vitesse $\sqrt{38\,BL}$. Ce poids est ordinairement dans la pratique de 1000 à 4000 livres, & sa plus grande vitesse est de 8 pieds; si on néglige ces attentions, le pivot s'écrase ou se fend, sans pouvoir entrer dans l'arbre (§. 369, 609).

620. La connoissance de la vitesse, avec laquelle les balles sont chassées par les armes à feu, a toujours été un des principaux objets de l'artillerie. *Benjamin* ROBINS, ingénieur Anglois, eut l'idée de se servir en 1747 d'un pendule, pour trouver la vitesse des balles chassées par un fusil.

La figure 77 donne le profil AC d'un pendule P. 12
très-mobile autour de l'axe de mouvement A; F. 77

on attache solidement à la partie inférieure R B une piece de bois B C d'épaisseur suffisante, afin que tirant le fusil L dans une direction perpendiculaire à la surface de ce même bois, la balle s'y fiche & s'y arrête.

Il est nécessaire, avant de faire l'expérience, de connoître le poids du pendule, son centre de gravité H (§. 193), & celui d'oscillation G (§. 617). Cela fait, on établit dessous une piece de bois K S creusée circulairement; on la couvre de poussiere fixe, afin que comme la balle chassée par le fusil, au moment où elle se fiche dans le bois B C, fait balancer le pendule, elle marque sur cette poussiere fixe l'arc R D décrit par le pendule avec le poinçon R. Les choses ainsi disposées, supposons que la balle, en tirant, ait choqué le centre d'oscillation G, & ait fait décrire au pendule l'arc R D, de façon qu'étant passé à la position A D, le centre d'oscillation se trouve en M; comme la corde R D est connue par l'expérience, le sinus verse G N de l'arc G M, décrit par le centre d'oscillation, sera aussi connu & ensuite sa vitesse $\sqrt{38\,GN}$. On nomme le poids du pendule $= P$, celui de la balle $= p$, & on observe, que la force, qui a poussé le pendule dans la position A D, est la même qu'il acquiert en tombant librement avec son centre d'oscillation M, de M en G: c'est pourquoi le moment du pendule rela-

tivement à l'axe de mouvement A, & celui de la balle, qui est déjà fichée dans le bois B C, sera $P \times AG \times AH + p \times \overline{AG}^2$, & ainsi sa force sera $\overline{P \times AG \times AH + p \times \overline{AG}^2} \times \sqrt{38 GN}$ (§ 619).

Puisque la balle en se fichant dans le pendule en G, en suit aussi la direction, ainsi son moment, eu égard à l'axe de mouvement A, sera $p \times \overline{AG}^2$, & nommant sa vitesse inconnue, avec laquelle elle choque $= u$, $p \times \overline{AG}^2 \times u$ sera la force de cette balle, & cette force transmise dans le pendule, donne l'équation $up \times \overline{AG}^2 = \overline{PAG \times AH + p \times AG^2} \times \sqrt{38 GN}$, & $u = \dfrac{\overline{P \times AG \times AH + p \times AG^2} \times \sqrt{38 GN}}{p \times \overline{AG}^2}$, pour la vitesse de la balle à l'instant du choc contre le pendule.

Soit, par exemple, $P = 18$ livres, $p = \frac{1}{12}$ de livre, $AG = 3$ pieds, $AH = 2\frac{3}{4}$ de pied & $GN = \frac{2}{3}$ de pied, substituant ces nombres dans la formule, on aura $u = \dfrac{\overline{18 \times 3 \times 2\frac{3}{4} + \frac{1}{12} \times 9} \times \sqrt{38 \times \frac{2}{3}}}{\frac{1}{12} \times 9}$ $= 995$ pieds pour la vitesse de la balle cherchée.

Les matieres physico-méchaniques, qu'on vient d'exposer, embrassent les principales connoissances qui devoient être traitées dans ces

écoles pour l'inſtruction commune des cadets, en conſéquence des diſpoſitions du Roi ; ces obligations étant rempliès, il s'agit de paſſer à préſent à la recherche détaillée des autres connoiſſances de même nature, qui conviennent particuliérement aux artilleurs & aux ingénieurs. C'eſt ce qu'on ſe propoſe de faire dans les traités ſéparés, qu'on enſeignera à chaque ſalle.

ERRATA du ſecond Volume.

Page.	*ligne.*	*pour*	*liſez.*
51.	5.	$\sqrt[3]{942\ \overline{942-500}^2}$	$\sqrt[3]{942\times\overline{942-500}^2}$
53.	13.	vuide l'intérieur	vuide intérieur
57.	20.	$\overline{\frac{x\,dx}{\sqrt{r^2-x^2}}}$	$\frac{x\,dx}{\sqrt{r^2-x^2}}$
101.	25.	autre matiere	autre maniere
148.	3.	de la aileger	de la alleger
229.	20.	les pieds	les poids
294.	4.	celles-ci ſont	celles-ci ſoient
304.	7.	$\overline{m+x^2}\times n\,dx$	$\overline{m+x}^2\times n\,dx$



APPROBATION

APPROBATION.

J'ai lu par ordre de Monseigneur le Garde des Sceaux un manuscrit, qui a pour titre *Institutions physico-méchaniques à l'usage des Ecoles d'Artillerie & du Génie de Turin, traduites de l'italien de Mr. d'Antoni*: je n'y ai rien trouvé qui puisse en empêcher l'impression. A Paris le 20 Mars 1776.

BEZOUT.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE, A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra: SALUT. Notre amé le Sieur * * * Nous a fait exposer qu'il desireroit faire imprimer & donner au Public: un Ouvrage intitulé, *Institutions physico-méchaniques à l'usage de l'Artillerie*, s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege pour ce nécessaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes, de faire imprimer le dit Ouvrage autant de fois que bon lui semblera, & de le vendre, faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de six années consécutives, à compter du jour de la date des Présentes. FAISONS défenses à tous Imprimeurs, Libraires & autres personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance; comme aussi d'imprimer, ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire le dit Ouvrage, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce puisse être, sans la permission expresse & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers audit Exposant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts; A LA CHARGE que ces Présentes seront enrégistrées tout au long sur le Régistre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression du dit Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en beau papier & beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725, à peine de déchéance du présent Privilege; qu'avant de l'exposer en vente, le Manuscrit qui aura servi de copie à l'impression du dit Ouvrage, sera remis dans le même état où l'Ap-

probation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, Garde des Sceaux de France, le Sieur HUE DE MIROMENIL, qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier, Chancelier de France, le Sieur DE MAUPEOU, & un dans celle dudit Sieur HUE DE MIROMENIL; le tout à peine de nullité des Présentes: du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir le dit Exposant & ses ayans causes, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. VOULONS que la copie des Présentes, qui sera imprimée tout au long, au commencement ou à la fin du dit Ouvrage, soit tenue pour duement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers, Secrétaires, foi soit ajoutée comme à l'original. COMMANDONS au premier notre Huissier ou Sergent sur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles, tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & non-obstant clameur de haro, charte normande, & Lettres à ce contraires: CAR tel est notre plaisir. Donné à Versailles, le trente-unieme jour du mois de Decembre, l'an de grace mil sept cent soixante-seize, & de notre regne le troisieme.

Par le ROI en son Conseil.

LE BEGUE.

Régîtré sur le Régître XX de la chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris N°. 578. fol. 281. conformément au réglement de 1723. Qui fait défenses article IV. à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter, faire afficher aucuns livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement & à la charge de fournir à la susdite chambre huit exemplaires prescrits par l'article CVIII. du même réglement. A Paris ce 20. Janvier 1777.

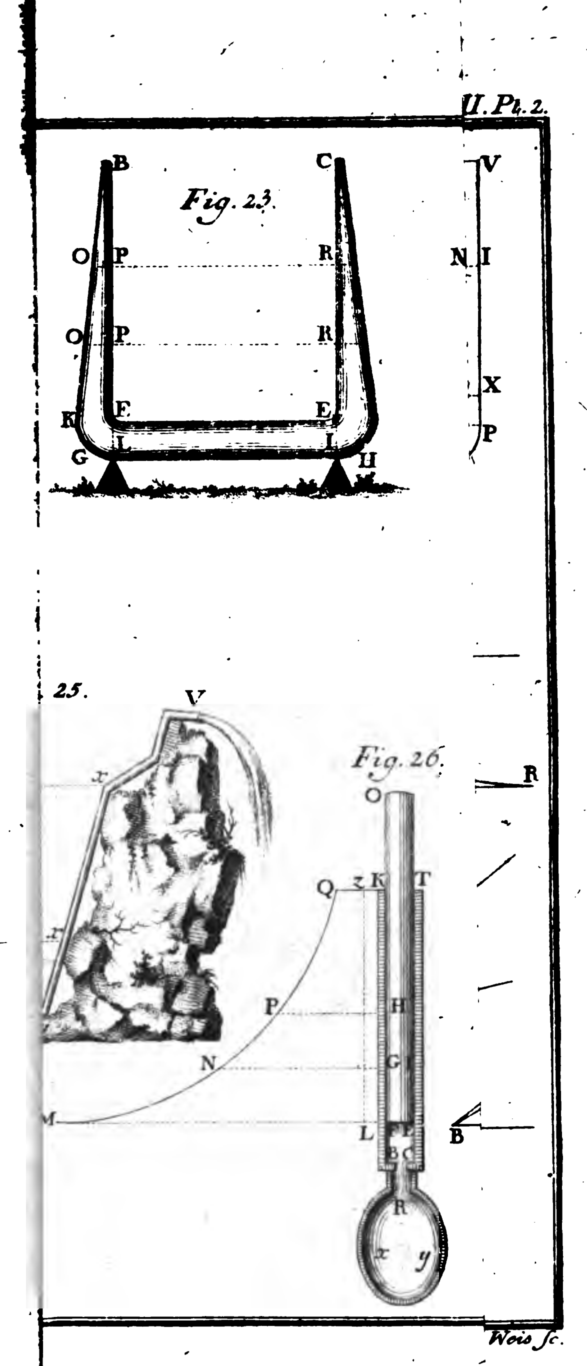
HUMBLOT, *Adjoint.*

Je cede & transporte à Mrs. Bauer & Treuttel, Libraires à Strasbourg, tous mes droits au présent Privilege, pour la traduction de l'italien en françois des *Institutions Physico-Méchaniques* de Mr. d'ANTONI, pour en jouir à toujours comme à eux appartenants. Le tout conformément à la cession, que je leur en avois faite ci-devant le 20. Septembre 1776. renouvellée par celle-ci: la dite cession ayant été de plus enregistré au Régistre 20me de la chambre Syndicale le premier Octobre 1776.

a Strasbourg le 7. Fevrier 1777,

MONT-ROZARD.

A STRASBOURG, de l'Imprimerie de JEAN HENRI HEITZ, Imprimeur de l'Université.



Weis sc.

